PERBANDINGAN MODEL LOGISTIK DAN EKSPONENSIAL DALAM PEMODELAN PERTUMBUHAN PENDUDUK DI NUSA TENGGARA BARAT

Resti Widiyanti[1], Heri Kurniawan[2]
[1]*Mahasiswi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Terbuka, Mataram*
[2]*Dosen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Terbuka, Jakarta*

**Penulis korespondensi: 047865465@ecampus.ut.ac.id*

ABSTRAK

Provinsi Nusa Tenggara Barat terus mengalami pertumbuhan penduduk. Jumlah penduduk yang terus mengalami peningkatan tak terkendali dapat menimbulkan berbagai masalah di kemudian hari, seperti tingginya angka pengangguran dan kemiskinan yang dapat berakibat pada kenaikan kriminalitas. Hal ini mengakibatkan perlunya memodelkan pertumbuhan penduduk tersebut dengan model matematika sebagai langkah awal dalam mengendalikan pertumbuhan penduduk agar pemerintah bisa menentukan kebijakan dengan lebih baik. Tujuan penelitian ini yaitu memodelkan pertumbuhan penduduk provinsi NTB dengan membandingkan model eksponensial dan model logistic sehingga diperoleh model mana yang lebih baik untuk merepresentatifkan pertumbuhan penduduk NTB. Kedua model ini dibandingkan dikarenakan keduanya merupakan dua model yang paling sederhana dan mudah di kalangan peneliti pemula dengan hasil cukup relevan. Jenis penelitian ini adalah deskriptif dengan komparatif dikarenakan membandingkan dua metode. Data penelitian yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari situs resmi dan publikasi Badan Pusat Statistik Provinsi NTB. Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini yaitu model logistic lebih akurat daripada model eksponensial dalam merepresentasikan pertumbuhan jumlah penduduk NTB dengan model $\mathrm{P(t)} = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271\mathrm{e}^{-0{,}3725573073\mathrm{t}}}$ dan, $\mathrm{P(t)} = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271\mathrm{e}^{-0{,}372557298\mathrm{t}}}$.

Kata kunci: Model Eksponensial, Model Logistik, Model Pertumbuhan Penduduk NTB

1. PENDAHULUAN

Penduduk adalah satu dari beberapa unsur terpenting dalam sebuah lingkungan maupun negara. Jumlah penduduk digunakan sebagai dasar acuan untuk kebijakan-kebijakan di suatu daerah. Jumlah penduduk kerap mengalami pertumbuhan khususnya di negara berkembang yang biasanya dihitung tiap 10 tahun sekali melalui sensus penduduk. Hasil perhitungan ini bisa digunakan oleh instansi negara dan swasta sebagai dasar penentuan kebijakan dan investasi di masa depan (Armanda, dkk, 2023). NTB salah satu provinsi yang pertumbuhan penduduknya dapat dikatakan sebagai pertumbuhan eksponensial karena berdasarkan data dari BPS Provinsi NTB, pertumbuhannya selalu mengalami peningkatan. Luas daerah dan terbatasnya SDA mengharuskan NTB mengendalikan pertumbuhan dan persebaran penduduk agar tidak menimbulkan berbagai masalah di kemudian hari. Masalah-masalah tersebut misalnya semakin tingginya tingkat kemiskinan dan pengangguran dikarenakan lapangan kerja yang tidak sejalan dengan pertumbuhan penduduk hingga bisa mengakibatkan naiknya tingkat kriminalitas dan turunnya kesejahteraan masyarakat. Selain itu, NTB juga telah menjadi tujuan investasi dari investor asing maupun lokal dikarenakan pengembangan pariwisata dan pembangunannya yang cukup signifikan. Salah satu langkah awal mengendalikan pertumbuhan penduduk tersebut adalah dengan melakukan pemodelan matematika yang akurat dan sistematis. Jadi, penting untuk mengetahui data jumlah penduduk dan model pertumbuhannya di suatu daerah secara berkala khususnya di provinsi NTB.

Berbagai permasalahan kompleks dalam kehidupan dapat diamati dan digambarkan ke dalam model matematika. Artinya, pemodelan matematika adalah sebuah sistem persamaan yang merepresentasikan kondisi-kondisi tertentu dalam kehidupan sehari-hari. Model matematika ini terdiri atas variabel, parameter, serta fungsi yang menjelaskan relasi antara suatu variabel dan parameter (Ndii, 2022). Salah satu model pertumbuhan adalah model pertumbuhan kontinu khususnya model logistik. Model ini merupakan pengembangan dari model pertumbuhan eksponensial yang pertama kali dicetuskan oleh Maltus (Nurmadhani, N. & Faisol, 2022). Dalam prakteknya, tidak semua masalah dapat diimplementasikan ke dalam pemodelan, namun bisa direduksi dengan asumsi-asumsi yang relevan di situasi sebenarnya. Salah satu penerapan pemodelan matematika adalah pemodelan pada pertumbuhan populasi (Anggraeni, dkk, 2022).

Model yang digunakan antara lain: model eksponensial dan model logistik, dikarenakan Fernandez, dkk, (2023) mengatakan bahwa “Model logaritma menjadi model yang paling baik dari model eksponensial, model linear dan model geometri untuk memprediksi jumlah penduduk kota Kupang di tahun 2030.” Sementara dalam penelitian lain ditemukan bahwa model eksponensial mempunyai tingkat kepercayaan yang lebih baik untuk merepresentasikan model pertumbuhan penduduk kota Mataram tahun 2024 (Rozikin, dkk, 2021). Dengan kata lain, Kedua model ini dibandingkan karena keduanya merupakan dua model yang paling sederhana dan mudah di kalangan peneliti pemula serta memberikan hasil yang cukup relevan dengan kondisi nyata. Perubahan variabel terikat terhadap variabel bebas menghasilkan model atau fungsi yang relevan dengan variable tersebut. jika P menggambarkan besaran populasi pada waktu t, maka tingkat perubahan dari populasi terhadap waktu bergantung pada ukuran P saat ini (Ahmad, 2019).

Laju pertumbuhan populasi berbanding lurus dengan besaran populasi atau dapat dituliskan melalui persamaan $\frac{dP}{dt} \sim P$. Persamaan tersebut dapat ditulis dalam bentuk lain yaitu: $\frac{dP}{dt} = kP$, di mana k merupakan konstanta kesebandingan yang menggambarkan karakteristik suatu daerah (Kerami, 2015, hal. 4.11 – 4.12). Adapun persamaan logistic secara umum dituliskan dengan: $\frac{dP}{P\,(N-P)} = \frac{k}{N}\,dt$ di mana k adalah konstanta pembanding rata-rata pertumbuhan populasi (Rahardi & Chandra, 2019). Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model matematis pertumbuhan penduduk NTB, dengan demikian pemerintah bisa mengambil kebijakan-kebijakan terkait masyarakat dengan lebih baik. Selain itu, peneliti juga ingin mencari tahu metode manakah di antara model logistic dan model eksponensial yang lebih akurat untuk memodelkan pertumbuhan penduduk Nusa Tenggara Barat? Sehingga didapatkan model pertumbuhan penduduk NTB yang paling tepat.

2. METODE

2.1 Jenis penelitian ini adalah deskriptif komparatif dengan kepustakaan yaitu serangkaian kegiatan penelitian yang meliputi pengumpulan referensi yang relevan, mencari dan menganalisis data, serta menarik kesimpulan dari data. Kemudian dilakukan komparatif terhadap kedua metode agar diketahui metode yang lebih relevan dengan data sebenarnya.

2.2 Digunakan data sekunder yang didapatkan dari situs resmi Badan Pusat Statistik Provinsi NTB. Lokasi penelitian berada di daerah Lombok, Nusa Tenggara Barat.

2.3 Metode yang digunakan adalah Pemodelan Logistik dan Pemodelan Eksponensial. Untuk mengetahui tingkat korelasi dari model yang diperoleh digunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Model dengan MAPE lebih kecil adalah model yang lebih baik.

2.4 Langkah-langkah dalam menganalisis bentuk dan model penelitian ini yaitu:

- 2.4.1 Mengkonstruksi model persamaan eksponensial/logistic untuk memproses data.
- 2.4.2 Mencari laju pertumbuhan penduduk dan kapasitas tampung.
- 2.4.3 Mencari solusi dari system persamaan differensial.
- 2.4.4 Menghitung perkiraan jumlah penduduk di Provinsi NTB dengan solusi persamaan logistic dan eksponensial.
- 2.4.5 Mencari nilai MAPE masing-masing model
- 2.4.6 Menentukan model yang paling tepat untuk menggambarkan pertumbuhan penduduk NTB.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan data yang dihimpun dari publikasi resmi BPS Indonesia dan BPS Nusa Tenggara Barat, didapatkan jumlah penduduk NTB sejak tahun 1971 sampai dengan tahun 2020 dalam tabel berikut:

Tabel 1. Jumlah Penduduk NTB

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465 jiwa
1980	2724664 jiwa
1990	3369649 jiwa
2000	4009261 jiwa
2010	4500212 jiwa
2020	5320092 jiwa

Sensus penduduk dilakukan setiap 10 tahun kecuali pada tahun 1971 dikarenakan kondisi politik Indonesia saat itu. Dalam tabel tersebut terlihat bahwa pertumbuhan penduduk terus mengalami peningkatan, di mana pada tahun 1971 jumlah penduduk NTB hanya 2203465, 49 tahun kemudian yakni tahun 2020 hasil sensus menunjukkan pertumbuhan penduduk mencapai 5320092.

3.1 Pemodelan Populasi NTB Menggunakan Model Eksponensial

Misalkan jumlah populasi disimbolkan dengan $P(t)$ di mana (t) menyatakan waktu dalam tahun. Sedemikian sehingga untuk data tahun 1971 maka dianggap $t = 0$ sehingga $P(0) = 2203465$. Di sini t adalah variabel bebas dan P adalah variabel terikat. Karena laju pertumbuhan berbanding lurus dengan besarnya populasi, ditulis $\frac{dP}{dt} \sim P$ yang jika ditulis ke dalam bentuk kesamaan:

$\frac{dP}{dt} = kP$

Di mana k adalah tetapan kesebandingan. Sebagaimana diketahui bahwa pada waktu $t = 0$ maka $P(t_0) = P(0)$ disebut sebagai syarat awal. Sehingga dengan teknik variabel terpisah diperoleh:

$$\frac{dP}{P} = kdt$$

Integralkan kedua sisi sehingga diperoleh:

$$\int \frac{dP}{P} = \int kdt$$

$$\ln|P| = t + c_1$$

$$P = e^{t+c_1}$$

$$P = e^{c_1}e^{t}$$

$$P = Ce^{t}$$

Dengan menggunakan syarat awal $P(t_0) = P(0)$ dan subtitusi $t = t_0$ maka diperoleh

$$P(0) = Ce^{t_0}$$
$$C = P(0)e^{-t_0}$$

Akibatnya, didapatkan

$$P(t) = P(0)e^{k(t-t_0)}$$

Untuk mencari nilai k ($tetapan\ kesebandingan$) diperoleh

$$e^{k(t-t_0)} = \frac{P(t)}{P\ (0)}$$
$$k(t - t_0\ ) = ln\ \frac{P(t)}{P\ (0)}$$
$$k = \frac{\ln \frac{P(t)}{P\ (0)}}{(t - t_0\ )}$$

Dikarenakan terdapat 6 data sensus sejak tahun 1971 sampai dengan 2020 maka akan dibuat 5 model eksponensial untuk merepresentasikan pertumbuhan penduduk dengan rincian sebagai berikut:

3.1.1 Model eksponensial 1 : model pertumbuhan penduduk dengan nilai k diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 dan 1980

Tahun 1971 menandakan $t = 0$ sehingga $P(0) = 2203465$
Tahun 1980 menandakan $t - t_0 = 1980 - 1971 = 9$ sehingga $P(9) = 2724664$

$$k = \frac{\ln \frac{P(9)}{P\ (0)}}{(9 - 0)}$$
$$k = \frac{\ln \frac{2724664}{2203465}}{9}$$
$$k = 0{,}023590444$$

Perhitungan perkiraan jumlah penduduk tahun 1990 di mana $t - t_0 = 1990 - 1971 = 19$ dan $k = 0{,}023590444$ yaitu

$$P(19) = P(0)e^{k(t-t_0)}$$
$$P(19) = 2203465e^{0{,}023590444(19-0)}$$
$$P(19) = 3449570$$

Perhitungan perkiraan jumlah penduduk tahun 2000 di mana $t - t_0 = 2000 - 1971 = 29$ dan $k = 0{,}023590444$ yaitu

$$P(29) = 2203465e^{0{,}023590444(29)}$$
$$P(29) = 4367339$$

Perhitungan perkiraan jumlah penduduk tahun 2010 di mana $t - t_0 = 2010 - 1971 = 39$ dan $k = 0{,}023590444$ yaitu

$$P(39) = 2203465e^{0{,}023590444(39)}$$
$$P(39) = 5529285$$

Perhitungan perkiraan jumlah penduduk tahun 2020 di mana $t = 2020 - 1971 = 49$ dan $k = 0{,}023590444$ yaitu

$$P(49) = 2203465e^{0{,}023590444(29)}$$
$$P(49) = 700036$$

Selanjutnya kita hitung nilai keakuratan model menggunakan MAPE dengan rumus:

$$\text{MAPE} = \frac{\sum_{t=1}^{n} |\frac{y' - y}{y}|}{n}\ x\ 100$$

Di mana n adalah jumlah data peramalan, y' adalah data hasil peramalan pada waktu t, dan y adalah data aktual pada waktu t.

$$\text{MAPE} = \frac{\left(\frac{3449570-3369649}{3369649}\right)+\left(\frac{4367339-4009261}{4009261}\right)+\left(\frac{5529285-4500212}{4500212}\right)+\left(\frac{7000369-5320092}{5320092}\right)}{4}\ x\ 100 = \ 16{,}44\%$$

3.1.2 Model eksponensial 2 : model pertumbuhan penduduk dengan nilai k diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 dan 1990

Tahun 1971 menandakan $t = 0$ sehingga $P(0) = \ 2203465$

Tahun 1990 menandakan $t - t_0 = 1990 - 1971 = 19$ sehingga $P(19) = \ 3369649$

$$k = \frac{\ln\frac{P(19)}{P\ (0)}}{(19-0)}$$

$$k = \frac{\ln\frac{3369649}{2203465}}{19}$$

$$k = 0{,}0223567086$$

Dengan cara serupa seperti menghitung perkiraan jumlah penduduk menggunakan model eksponensial 1, maka diperoleh tabel perkiraan jumlah penduduk untuk tahun 1971 sampai dengan 2020 dengan $k = 0{,}0223567086$, yaitu:

Tabel 2. Perkiraan jumlah penduduk dengan model eksponensial 2

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465
1980	2694478
1990	3369649
2000	4213846
2010	5269538
2020	6589713
MAPE	11,97%

3.1.3 Model eksponensial 3 : model pertumbuhan penduduk dengan nilai k diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 dan 2000

Tahun 1971 menandakan $t = 0$ sehingga $P(0) = \ 2203465$

Tahun 2000 menandakan $t - t_0 = 2000 - 1971 = 29$ sehingga $P(29) = \ 4009261$

$$k = \frac{\ln\frac{P(29)}{P\ (0)}}{(29-0)}$$

$$k = \frac{\ln\frac{4009261}{2203465}}{29}$$

$$k = 0{,}0206405453$$

Dengan cara serupa seperti menghitung perkiraan jumlah penduduk menggunakan model eksponensial 1 dan 2, maka diperoleh tabel perkiraan jumlah penduduk untuk tahun 1971 sampai dengan 2020, yaitu:

Tabel 3. Perkiraan jumlah penduduk dengan model eksponensial 3

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465
1980	2653278
1990	3261547
2000	4009261
2010	4928390
2020	6058231
MAPE	7,304 %

3.1.4 Model eksponensial 4 : model pertumbuhan penduduk dengan nilai k diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 dan 2010

Tahun 1971 menandakan $t = 0$ sehingga $P(0) = 2203465$

Tahun 2010 menandakan $t - t_0 = 2010 - 1971 = 39$ sehingga $P(39) = 4500212$

$$k = \frac{\ln \frac{P(39)}{P\ (0)}}{(39 - 0)}$$

$$k = \frac{\ln \frac{4500212}{2203465}}{39}$$

$$k = 0{,}0183100868$$

Dengan cara serupa seperti menghitung perkiraan jumlah penduduk menggunakan model eksponensial 1, 2, dan 3, maka diperoleh tabel perkiraan jumlah penduduk untuk tahun 1971 sampai dengan 2020, yaitu:

Tabel 4. Perkiraan jumlah penduduk dengan model eksponensial 4

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465
1980	2598208
1990	3120280
2000	3747255
2010	4500212
2020	5404465
MAPE	5,04064 %

3.1.5 Model eksponensial 5 : model pertumbuhan penduduk dengan nilai k diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 dan 2020

Tahun 1971 menandakan $t = 0$ sehingga $P(0) = 2203465$

Tahun 2020 menandakan $t - t_0 = 2020 - 1971 = 49$ sehingga $P(49) = 5320092$

$$k = \frac{\ln \frac{P(49)}{P\ (0)}}{(49 - 0)}$$

$$k = \frac{\ln \frac{5320092}{2203465}}{49}$$

$$k = 0{,}0179889689$$

Dengan cara serupa seperti menghitung perkiraan jumlah penduduk menggunakan model eksponensial 1, 2, 3, dan 4, maka diperoleh tabel perkiraan jumlah penduduk untuk tahun 1971 sampai dengan 2020, yaitu:

Tabel 5. Perkiraan jumlah penduduk dengan model eksponensial 5

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465
1980	2590710
1990	3101300
2000	3712521
2010	4444205
2020	5320092
MAPE	5,3815 %

Berdasarkan hasil analisis data di atas, maka model eksponensial yang paling tepat untuk merepresentasikan pertumbuhan penduduk NTB yaitu model eksponensial 4 dengan $k = 0{,}0183100868$, yakni $P(t) = 2203465e^{0{,}0183100868(t-t_0)}$.

3.2

3.3 Pemodelan Populasi NTB Menggunakan Model Logistik

Model logistic merupakan model yang memperhatikan batasan lingkungan yakni kepadatan populasi pada pertumbuhan populasi tersebut, termasuk di antaranya mempertimbangkan ketersediaan logistic. Piere Verhulst adalah ahli matematika biologi asal Belanda yang mengusulkan untuk memperbaiki model Malthus dengan memisalkan bahwa populasi tumbuh terbatas sehingga dengan memisalkan K sebagai kapasitas tampung dan k sebagai laju pertumbuhan yang sifatnya akan menurun saat populasi meningkat menuju maksimal K. Dalam hal ini dibuat fungsi sederhananya $k = r(K - P)$ dengan r konstanta positif, kemudian pada Model Malthus $k = r(K - P)$ diganti sehingga diperoleh: $\frac{dP}{dt} = rP(K - P)$ yang selanjutnya dikenal sebagai Model pertumbuhan Logistik (Aprilia, Rima & Dedy Juliandri Panjaitan, 2022).

Penyelesaian persamaan logistic dapat dicari dengan pemisahan variable, yakni:

$$\int \frac{1}{P}\,dP + \int \frac{1}{K-P}\,dP = \int r\,dt$$

$$\ln \frac{P}{K-P} = rt + C$$

$$P(t) = \frac{Ke^{rt+C}}{1 + e^{rt+C}}$$

Sehingga diperoleh: $P(t) = \frac{K}{1+(\frac{K}{P_0}-1)e^{-rt}}$ dan $K = \frac{P_1(P_{2T}P_T - 2P_0P_{2T} + P_0P_T)}{P_T^2 - P_0P_{2T}}$ Di mana K adalah kapasitas tampung, r adalah laju pertumbuhan, t adalah waktu, dan $P(t)$ adalah jumlah penduduk pada waktu t (Rozikin, dkk, 2021).

Berikut diberikan Kembali tabel jumlah penduduk NTB sejak tahun 1971 sampai dengan 2020.

Tabel 1. Jumlah Penduduk NTB

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465 jiwa
1980	2724664 jiwa
1990	3369649 jiwa
2000	4009261 jiwa
2010	4500212 jiwa
2020	5320092 jiwa

Pada table di atas, diasumsikan pada tahun 1971 sebagai $t = 0$,diperoleh $P(0) = P_0 = 2203465$, tahun 1980 sebagai $t = 1$, tahun 1990 sebagai $t = 2$, tahun 2000 sebagai $t = 3$ tahun 2010 sebagai $t = 4$, dan tahun 2020 sebagai $t = 5$. Maka dengan mengasumsikan $t = 2$ dihitung nilai K atau P_{max}

$$K = \frac{P_2(P_2P_0 - 2P_0P_4 + P_2P_4)}{P_2^2 - P_0P_4}$$

$$K = \frac{3369649(3369649\text{x}2203465 - 2x2203465x4500212 + 3369649x4500212)}{3369649^2 - 2203465\text{x}4500212}$$

$$K = 6458125$$

3.3.1 Model logistik 1: model pertumbuhan penduduk dengan nilai r diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 (t=0) dan 1980 (t=1)

$$P(1) = \frac{6458125}{1 + (\frac{6458125}{2203465} - 1)e^{-r}}$$

$$2724664 = \frac{6458125}{1 + (1{,}9308953271)e^{-r}}$$

$$(1{,}9308953271)e^{-r} = \frac{6458125 - 2724664}{2724664}$$

$$e^{-r} = 0{,}7096430175$$

$$-r = \ln(0{,}7096430175)$$

$$r = 0{,}3429932276$$

Diperoleh persamaan logistic 1 yaitu:

$$P(t) = \frac{6458125}{1 + 1{,}9308953271e^{-0{,}3429932276t}}$$

Dengan mensubtitusikan nilai r ke dalam persamaan logistic, diperoleh

$$P(2) = \frac{6458125}{1 + 1{,}9308953271e^{-0{,}3429932276x2}} = 3274271$$

$$P(3) = \frac{6458125}{1 + 1{,}9308953271e^{-0{,}3429932276x3}} = 3821270$$

$$P(4) = \frac{6458125}{1 + 1{,}9308953271e^{-0{,}3429932276x4}} = 4335223$$

$$P(5) = \frac{6458125}{1 + 1{,}9308953271e^{-0{,}3429932276x5}} = 4792661$$

$$\text{MAPE} = \frac{\sum_{t=1}^{n} |\frac{y' - y}{y}|}{n} x\ 100$$

$$\text{MAPE} = \frac{\left(\frac{3274271 - 3369649}{3369649}\right) + \left(\frac{4009261 - 3821270}{4009261}\right) + \left(\frac{4500212 - 4335223}{4500212}\right) + \left(\frac{5320092 - 4792661}{5320092}\right)}{4} x\ 100 = 13{,}66\%$$

3.3.2 Model logistik 2: model pertumbuhan penduduk dengan nilai r diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 (t=0) dan 1990 (t=2)

$$P(2) = \frac{6458125}{1 + (\frac{6458125}{2203465} - 1)e^{-2r}}$$

$$3369649 = \frac{6458125}{1 + (1{,}9308953271)e^{-2r}}$$

$$(1{,}9308953271)e^{-2r} = \frac{6458125 - 3369649}{3369649}$$

$$e^{-2r} = 0{,}474680397$$

$$-2r = \ln(0{,}474680397)$$

$$r = 0{,}3725573073$$

Diperoleh persamaan logistic 2 yaitu:

$$P(t) = \frac{6458125}{1 + 1{,}9308953271e^{-0{,}3725573073t}}$$

Dengan cara serupa, diperoleh table perkiraan jumlah penduduk sejak tahun 1971-2020 menggunakan model logistic 2 yaitu:

Tabel 6. Perkiraan jumlah penduduk dengan model logistik 2

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465 jiwa
1980	2771336 jiwa
1990	3369649 jiwa
2000	3958444 jiwa
2010	4500212 jiwa
2020	4968740 jiwa
MAPE	4,6315%

3.3.3 Model logistik 3: model pertumbuhan penduduk dengan nilai r diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 (t=0) dan 2000 (t=3)

$$P(3) = \frac{6458125}{1 + (\frac{6458125}{2203465} - 1)e^{-3r}}$$

$$4009261 = \frac{6458125}{1 + (1{,}9308953271)e^{-3r}}$$

$$(1{,}9308953271)e^{-3r} = \frac{6458125 - 4009261}{4009261}$$

$$e^{-3r} = 0{,}316330892$$

$$-3r = \ln(0{,}316330892)$$

$$r = 0{,}3836554956$$

Diperoleh persamaan logistic 3 yaitu:

$$P(t) = \frac{6458125}{1 + 1{,}9308953271e^{-0{,}3836554956t}}$$

Dengan cara yang sama seperti pada model logistic 1 dan 2, diperoleh table perkiraan jumlah penduduk sejak tahun 1971-2020 menggunakan model logistic 3 yaitu:

Tabel 7. Perkiraan jumlah penduduk dengan model logistik 3

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465 jiwa
1980	2788908 jiwa
1990	3405399 jiwa
2000	4009261 jiwa
2010	4560244 jiwa
2020	5031374 jiwa
MAPE	6,11%

3.3.4 Model logistik 4: model pertumbuhan penduduk dengan nilai r diperoleh dari data jumlah penduduk tahun 1971 (t=0) dan 2010 (t=4)

$$P(4) = \frac{6458125}{1 + (\frac{6458125}{2203465} - 1)e^{-4r}}$$

$$(1{,}9308953271)e^{-4r} = \frac{6458125 - 4500212}{4500212}$$
$$e^{-4r} = 0{,}225321008$$
$$-4r = \ln(0{,}2255321008)$$
$$r = 0{,}372557298$$

Diperoleh persamaan logistic 4 yaitu: $P(t) = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271e^{-0{,}372557298t}}$

Dengan cara yang sama seperti pada model logistic 1, 2, dan 3 diperoleh table perkiraan jumlah penduduk sejak tahun 1971-2020 menggunakan model logistic 4 yaitu:

Tabel 8. Perkiraan jumlah penduduk dengan model logistik 4

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465 jiwa
1980	2771336 jiwa
1990	3369649 jiwa
2000	3958444 jiwa
2010	4500212 jiwa
2020	4968740 jiwa
MAPE	4,6315%

3.3.5 Model Logistik 5: Model Pertumbuhan Penduduk Dengan Nilai r Diperoleh Dari Data Jumlah Penduduk Tahun 1971 (T=0) Dan 2020 (T=5)

$$P(5) = \frac{6458125}{1 + (\frac{6458125}{2203465} - 1)e^{-5r}}$$
$$(1{,}9308953271)e^{-5r} = \frac{6458125 - 5320092}{5320092}$$
$$e^{-5r} = 0{,}1107839846$$
$$-5r = \ln(0{,}1107839846)$$
$$r = 0{,}4400346117$$

Diperoleh persamaan logistic 5 yaitu: $P(t) = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271e^{-0{,}4400346117t}}$

Dengan cara yang sama seperti pada model logistic 1, 2, 3, dan 4 diperoleh table perkiraan jumlah penduduk sejak tahun 1971-2020 menggunakan model logistic 5 yaitu:

Tabel 9. Perkiraan jumlah penduduk dengan model logistik 5

Tahun	Jumlah Penduduk
1971	2203465 jiwa
1980	2878563 jiwa
1990	3586160 jiwa
2000	4260661 jiwa
2010	4847879 jiwa
2020	5320092 jiwa
MAPE	6,52%

Didapatkan model logistic terbaik yaitu model logistic 2 dan 4 yang berbentuk :

$P(t) = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271e^{-0{,}3725573073t}}$ dan, $P(t) = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271e^{-0{,}372557298t}}$

Keduanya memiliki MAPE yang sama yaitu 4,6315%. Hal ini karena laju pertumbuhan keduanya yang mirip dan terdapat pembulatan pada hasil perhitungan jumlah penduduk tiap periode. Adapun jika dibandingkan dengan model eksponensial yang terbaik yakni model eksponensial 4, model logistic 2 dan 4 masih lebih relevan dalam memodelkan penduduk NTB.

3.4 Prediksi Populasi NTB pada Tahun 2040 Menggunakan Model Terbaik

Kita gunakan model logistik $P(t) = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271e^{-0{,}3725573073t}}$

Karena sensus dilakukan tiap 10 tahun sekali, maka untuk tahun 2040 dimisalkan nilai t=7

Diperoleh:

$$P(7) = \frac{6458125}{1 + 1{,}9308953271e^{-0{,}3725573073x7}} = 5653686$$

Diperkirakan pada tahun 2040 jumlah penduduk NTB sebanyak 5653686, jumlah ini masih di bawah batas kapasitas tampungnya.

KESIMPULAN

Setelah data jumlah penduduk NTB dimodelkan menggunakan model eksponensial dan model logistic, disimpulkan bahwa model logistic lebih baik dalam merepresentasikan jumlah penduduk NTB dengan MAPE sebesar 4,6315% diperoleh model yang paling sesuai yaitu $P(t) = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271e^{-0{,}3725573073t}}$ dan, $P(t) = \frac{6458125}{1+1{,}9308953271e^{-0{,}372557298t}}$

SARAN

Diharapkan kepada peneliti selanjutnya untuk membandingkan lebih banyak lagi model dan metode lainnya dalam memodelkan pertumbuhan penduduk Nusa Tenggara Barat.

UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kepada semua pihak yang telah mendukung dan membantu saya dalam mengerjakan karya ilmiah ini. Terimakasih kepada Bapak Heri Kurniawan M.Si selaku dosen pembimbing karya ilmiah saya. Terimakasih kepada Nabil dan Naufal, anak-anakku tercinta yang menjadi penyemangat terselesaikannya karya ilmiah ini. Terimakasih kepada suami dan ibu saya tercinta telah menjadi *support system* terbaik saya sehingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan tepat waktu. Terimakasih pula kepada ayah saya, saudara, mertua, dan seluruh keluarga serta teman-teman yang selalu mengingatkan dan menyemangati saya saat proses pengerjaan karya ilmiah ini.

DAFTAR PUSTAKA

Ahmad, Ayubi. (2019). Pemodelan Matematika dengan Menggunakan Persamaan Diferensial pada Pertumbuhan Penduduk di Indonesia. *Prosiding Sendika: Vol 5, No 2, 2019.*

Anggraeni, Widjajanti, Hilum. (2022), Menelti tentang Proyeksi Pertumbuhan Penduduk Kabupaten Pegunungan Arfak Menggunakan Model Logistik. *Jurnal Natural, Oktober 2022 Vol 18. No 2.*

Aprilia, Rima & Dedy Juliandri Panjaitan. 2022. *Pemodelan Matematika.* Medan: LPPM UMNAW.

Armanda, Rafli Kurnia. (2023). Prediksi Pertumbuhan Penduduk Kecamatan Cimaragas Kabupaten Ciamis dengan Metode *Artificial Neural Network. Jurnal Algoritme Vol. 3, No. 2, April 2023, Hal. 170 – 178.*

Badan Pusat Statistik (BPS) NTB. (2020). Potret Sensus Penduduk 2020 Provinsi Nusa Tenggara Barat. Mataram: Badan Pusat Statistika Provinsi Nusa Tenggara Barat.

Fernandez dkk,. (2023). Pemodelan Pertumbuhan Penduduk Kota Kupang dengan Geogebra. *JMI Vol 19 No. 2, hal. 235-243.*

Kerami, Djati. 2015. *Buku Materi Pokok: Pemodelan Matematis (Edisi 2).* Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.

Ndii, Meksianis Z. 2022. *Pemodelan Matematika.* Pekalongan: PT. Nasya Expanding Manajemen.

Nurmadhani, N & Faisol. (2022). Penerapan Model Pertumbuhan Logistik dalam Memproyeksikan Jumlah Penduduk di Kabupaten Sumenep. *Jurnal Edukasi dan Sains Matematika (JES-MAT),8 (2), 145-156*.

Rahardi, Rustanto., dan Tjang Daniel Chandra. 2019. *Metode dan Model Matematika Edisi 2*. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.

Rozikin, N., Sarjana, K., Azmi, S., & Hikmah, N. (2021). Aplikasi Persamaan Diferensial Dalam Mengestimasi Jumlah Penduduk dengan Menggunakan Model Eksponensial dan Logistik. *Griya Journal of Mathematics Education and Application, 1(1), 11-18.*

Sugiyarto, Ph.D. 2015. *Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Binafsi Publisher.