

PEMODELAN CURAH HUJAN HARIAN MAKSIMUM DI KOTA TANJUNG PINANG DENGAN DISTRIBUSI GUMBEL

Fitri Anandita^{1*}, Siti Umamah Naili Muna²

Program Studi Matematika, Universitas Terbuka, Tangerang Selatan

*Penulis Korespondensi: fitrianandita3@gmail.com

ABSTRAK

Curah hujan adalah banyaknya curah hujan yang terakumulasi pada suatu daerah yang rata, tidak menguap, tidak menyerap, dan tidak mengalir. Curah hujan yang berlebihan dapat mengakibatkan hilangnya panen, banjir, dan masalah lainnya. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan curah hujan harian maksimum di kota Tanjung Pinang dengan distribusi gumbel. Data curah hujan harian maksimum diperoleh dari BMKG pada stasiun meteorologi Raja Haji Fisabilillah kota Tanjung Pinang sebanyak 30 titik data dari tahun 1994 sampai dengan tahun 2023. Pengolahan data pada penelitian ini dilakukan dengan menggunakan *software* R. Pendugaan parameter dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) memberikan hasil $\mu=124.6094$ dan $\sigma=33.9295$. Berdasarkan uji Kolmogorov-Smirnov, diperoleh statistik uji yaitu 0.1301132 dengan keputusan menerima H_0 . Hal ini menyatakan bahwa distribusi Gumbel(124.6094, 33.9295) sesuai untuk memodelkan curah hujan harian maksimum di kota Tanjung Pinang. Untuk periode ulang 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun, diperoleh nilai curah hujan harian maksimum di kota Tanjung Pinang masing-masing pada 137.045, 113.5269, 104.8256, 99.76963 dan 96.3111 mm.

Kata kunci: curah hujan, distribusi gumbel, MLE, periode ulang, uji Kolmogorov Smirnov

1 PENDAHULUAN

Di Indonesia terdapat dua musim, yaitu wilayah tropis dan monsun (musim hujan dan kemarau). Salah satu jenis endapan adalah hujan (presipitasi). Salju dan gerimis adalah contoh jenis presipitasi lainnya. Endapan adalah jenis zat cair (air) dan zat padat (es) yang turun ke permukaan bumi. Curah hujan adalah banyaknya curah hujan yang terakumulasi pada suatu daerah yang rata, tidak menguap, tidak menyerap, dan tidak mengalir. Curah hujan merupakan komponen penting dalam kehidupan manusia di Bumi. Banyaknya curah hujan di permukaan bumi mempunyai dampak yang signifikan terhadap iklim. Curah hujan yang berlebihan dapat mengakibatkan hilangnya panen, banjir, dan masalah lainnya (Novia, 2017). Curah hujan yang sangat deras akan mengakibatkan limpasan atau aliran air secara sporadis ke dalam tanah karena bumi tidak dapat menahan kelembaban tersebut (Ardiansyah, et al., 2021) Peristiwa banjir ini sering kita jumpai di seluruh Indonesia salah satunya di Provinsi Kepulauan Riau.

Provinsi Kepulauan Riau adalah Provinsi yang terletak sangat Strategis dan berada diantara 3 negara yaitu Malaysia, Indonesia dan Singapura. Dengan letak posisi yang cukup strategis pemerintah banyak melakukan pembangunan Infrastruktur di kota-kota besar sehingga menyebabkan kurangnya lahan tanaman hijau yang salah satunya untuk menghindari banjir. Pada tahun 2019 BMKG memperkirakan Kepulauan Riau memasuki fase hujan sampai bulan Januari awal tahun dengan tingkat curah hujan yang tinggi memungkinkan terjadinya banjir (Info Publik, 2019). Keadaan ini memotivasi peneliti di atas untuk memodelkan data curah hujan harian maksimum didasarkan pada data curah hujan dari Kepulauan Riau.

Beberapa penelitian terdahulu terkait penelitian tentang pemodelan curah hujan diantaranya penelitian yang dilakukan oleh : Ruhiat pada tahun 2022 dengan melakukan penelitian yang membahas mengenai Implementasi Distribusi Gumbel untuk Analisis Curah Hujan Rencana dengan menggunakan Metode Distribusi Gumbel, Distribusi Log Normal 2 Parameter, Distribusi Log Person Type III (Ruhiat, 2022). Jarwinda pada tahun 2021 melakukan penelitian yang membahas mengenai Analisis Curah Hujan Rencana menggunakan Distribusi Gumbel dengan seri data Parsial dan seri data Annual di Kabupaten Lampung Selatan (Jarwinda & Badhurahman, 2021). Mohammad Ardiansyah pada tahun 2021 melakukan penelitian yang membahas mengenai Perbandingan Perhitungan Curah Hujan Rencana berdasarkan Periode Ulang dengan Metode Gumbel, Metode Log Person III, dan Metode Iway Kadoya (Ardiansyah, et al., 2021).

Beberapa jenis curah hujan terencana juga memanfaatkan curah hujan regional, yang berguna dalam memperkirakan kapan banjir terencana akan terjadi. Sejumlah teknik seperti Distribusi Gumbel, Log Normal 2 Parameter, Log Pearson Tipe III, Haspers, Normal, Pearson, dan Goodrich, dapat digunakan untuk menentukan antisipasi curah hujan (Ruhiat, 2022). Penelitian ini bertujuan memodelkan curah hujan harian maksimum dengan distribusi Gumbel. Pendugaan parameter dilakukan dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Untuk kebutuhan perhitungan yang kompleks, digunakan *software R*.

2 METODE PENELITIAN

Penelitian ini dimulai dengan mencari berbagai referensi yang berkaitan dengan topik penelitian. Kemudian dilanjutkan dengan observasi untuk memperoleh data sekunder dari BMKG Online pada Stasiun Meteorologi Raja Haji Fisabilillah di Kota Tanjung Pinang berupa data curah hujan harian maksimum dari tahun 1994 sampai dengan tahun 2023. Pendugaan parameter dilakukan dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Untuk kebutuhan perhitungan yang kompleks, digunakan *software R*. Uji Kolmogorov Smirnov diterapkan untuk menguji kesesuaian model. Setelah distribusi Gumbel diputuskan sesuai untuk memodelkan data curah hujan harian maksimum di Kota Tanjung Pinang, dilakukan penentuan titik curah hujan harian maksimum pada periode ulang tertentu. Beberapa landasan teori yang digunakan pada penelitian ini meliputi MLE, Uji Kolmogorov Smirnov, dan periode ulang.

2.1 Pendugaan Parameter dengan MLE

2.1.1 Fungsi Likelihood

Perhatikan barisan variabel acak bebas stokastik, x_1, x_2, \dots, x_n yang berasal dari distribusi yang sama dengan fungsi kepadatan peluang $f(x; \theta), \theta \in \Omega$. Fungsi densitas probabilitas gabungan untuk sampel acak berukuran x_1, x_2, \dots, x_n adalah:

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \quad (4)$$

Disebut fungsi Likelihood untuk θ dan dituliskan dengan $L = (X; \theta)$.

2.1.2 Maximum Likelihood Estimation

Salah satu teknik untuk memperkirakan parameter dari suatu distribusi adalah dengan memaksimalkan fungsi kemungkinan, atau MLE. Setelah itu, persamaan ini kemungkinan dihitung, diturunkan terhadap parameter yang akan diestimasi, kemudian dibandingkan dengan nol (Sholichah, et al., 2015). Nilai terbesar dari fungsi likelihood logaritma alami, yang juga dikenal

sebagai fungsi log likelihood, ditemukan ketika sulit untuk mengidentifikasi turunan dari suatu fungsi yang mewakili likelihood (Burhan & Jaya, 2018).

Fungsi log-likelihood adalah bentuk logaritma dari fungsi likelihood, yang dituliskan dalam bentuk:

$$\ln L(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \ln L(x; \theta) \quad (5)$$

2.2 Uji Kesesuaian

Langkah selanjutnya adalah melakukan Goodness of Fit (uji kesesuaian distribusi frekuensi) untuk mengetahui apakah data dapat diterima atau tidak. Uji kesesuaian distribusi ini dilakukan dengan menggunakan Uji Kolmogorov Smirnov .

2.2.1 Uji Kolmogorov Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov, disebut juga uji K-S atau uji K-S, merupakan uji nonparametrik persamaan kontinu dengan distribusi probabilitas dalam satu dimensi. Ini dapat digunakan untuk membandingkan dua sampel (uji K-S dua sampel) atau sampel dengan distribusi probabilitas referensi (uji K-S satu sampel). dinamai untuk menghormati Nikolai Smirnov dan Andrei Kolmogorov. Uji Kolmogorov-Smirnov dapat digunakan untuk menentukan kebaikan kecocokan, dan dalam keadaan tertentu, pengujian normalitas distribusi sampel distandarisasi. (Quraisy, 2020). Jarak vertikal terbesar antara dua fungsi distribusi digunakan oleh uji Kolmogorov-Smirnov untuk mengembangkan proses statistik ini. (Amry, 2011).

➤ Hipotesis

$H_0 : S(x) = F_0(x)$ Distribusi tertentu diikuti oleh distribusi probabilitas.

$H_1 : S(x) \neq F_0(x)$ Distribusi tertentu tidak diikuti oleh distribusi probabilitas.

(Fajarini, 2018).

➤ Statistik Uji

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)| \quad (6)$$

D merupakan notasi dari statistik uji, $S(x)$ merupakan probabilitas empiris, dan $F_0(x)$ adalah probabilitas teoritik (Fajarini, et al., 2018)

➤ Kriteria Uji

Keputusan Menolak H_0 dilakukan apabila $p\text{-value} < \alpha$ atau nilai $D > D_\alpha$. (Fajarini, et al., 2018)

2.3 Model Distribusi Gumbel

Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi Gumbel diberikan pada persamaan berikut

$$F_X(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right), x \in R \quad (7)$$

dengan $\mu \in R, \sigma > 0$

Fungsi densitas probabilitas dari distribusi Gumber adalah sebagai berikut

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right) \exp\left\{-\exp\left(-\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)\right\} \quad (8)$$

untuk $x \in R, \alpha > 0$ dan $\sigma \in R$. Distribusi ini digunakan dalam banyak bidang penelitian seperti pada pengujian kehidupan dan pengelolaan sumber daya air. Berikut ini adalah estimasi

μ dan σ dari distribusi Gumbel dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (Hastings, et al., 2010)

2.3.1 Pendugaan Parameter Distibusi Gumbel dengan MLE

Fungsi Log-likelihood berdasarkan sampel acak x_1, x_2, \dots, x_n diberikan oleh

$$L = \ln l(\mu, \sigma) = -n \log(\sigma) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) - \sum_{i=1}^n \exp \left\{ - \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right\}$$

$$\Leftrightarrow L = -n \log(\sigma) - \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma} + \frac{n\mu}{\sigma} - \exp \left(\frac{\mu}{\sigma} \right) \sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right) \quad (9)$$

Pendugaan parameter μ diberikan sebagai berikut

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \frac{n}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \exp \left(\frac{\mu}{\sigma} \right) \sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right) = 0 \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow \frac{n}{\sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right)} = \exp \left(\frac{\mu}{\sigma} \right)$$

$$\Leftrightarrow \hat{\mu} = -\sigma \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right) \right) \quad (11)$$

Pendugaan parameter σ diberikan sebagai berikut

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = \frac{-n}{\sigma} + \frac{n\bar{x}}{\sigma^2} - \frac{n\mu}{\sigma^2} - \left\{ \frac{-\mu}{\sigma^2} \exp \left(\frac{\mu}{\sigma} \right) \left[\sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right) \right] + \frac{1}{\sigma^2} \exp \left(\frac{\mu}{\sigma} \right) \left[\sum_{i=1}^n x_i \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right) \right] \right\} \quad (12)$$

substitusi $\hat{\mu}$ dan diperoleh persamaan berikut

$$\Leftrightarrow -n\sigma + n\bar{x} + n\sigma \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right)}{n} \right) - \left\{ \sigma \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right)}{n} \right) \frac{n}{\sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right)} \sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right) \frac{n}{\sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right)} \left[\sum_{i=1}^n x_i \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right) \right] \right\} = 0 \quad (13)$$

sehingga

$$\Leftrightarrow \sigma - \bar{x} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right)}{\sum_{i=1}^n \exp \left(- \frac{x_i}{\sigma} \right)} = 0 \quad (14)$$

Penyelesaian $\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma)}{\partial \mu} = 0$ dan $\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma)}{\partial \sigma} = 0$ masing-masing memberikan hasil pendugaan μ dan σ sebagai berikut

$$\hat{\mu} = -\hat{\sigma} \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \exp \left(-\frac{x_i}{\hat{\sigma}} \right) \right] \quad (15)$$

$$\hat{\sigma} = \bar{x} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \exp - \left[\frac{x_i}{\hat{\sigma}} \right]}{\sum_{i=1}^n \exp - \left[\frac{x_i}{\hat{\sigma}} \right]} \quad (16)$$

Estimasi μ secara eksplisit diperoleh dari persamaan (15) dan estimasi σ secara implisit diperoleh dari persamaan (16) setelah substitusi estimasi μ (Mahdi & Cenac, 2004).

2.4 Periode Ulang

Setelah diketahui model terbaik dari suatu data, dapat ditentukan periode ulang. Berdasarkan Muna & Munawir (2024), probabilitas sekali terjadi pada T periode adalah

$$P(X \leq x_T) = \frac{1}{T} = p$$

sehingga diperoleh

$$T = \frac{1}{P(X \leq x_T)} \quad (17)$$

Diketahui $F(x) = P(X \leq x_T)$, maka invers dari $F(x)$ adalah $F^{-1}(x)$ yang merupakan x_T . Oleh karena itu, untuk memperoleh x_T dengan x berdistribusi Gumbel adalah dengan menyelesaikan persamaan berikut

$$F^{-1}(x) = \mu - \sigma \ln(-\ln p), \quad p \in (0,1) \quad (18)$$

dengan $\sigma > 0$ (Service, 2024)

3 HASIL & PEMBAHASAN

Berikut data curah hujan harian maksimum di Kota Tanjung Pinang pada periode tahun 1994-2023.

Tabel 1. Curah Hujan Harian Maksimum di Kota Tanjung Pinang Pada Periode Tahun 1994-2023

Curah Hujan di Kota Tanjung Pinang	
Periode Curah Hujan	Curah Hujan Harian Maksimum (mm)
1994	192
1995	159
1996	139
1997	99
1998	130
1999	100
2000	132
2001	111
2002	138
2003	149
2004	183
2005	184
2006	177

Curah Hujan di Kota Tanjung Pinang	
Periode Curah Hujan	Curah Hujan Harian Maksimum (mm)
2007	182
2008	104
2009	110
2010	93
2011	235
2012	75,9
2013	176,4
2014	105,6
2015	105,5
2016	148,2
2017	112,2
2018	108,1
2019	162,2
2020	153,8
2021	282,6
2022	120,9
2023	171,6

Sumber: Data BMKG Online

Data tabel 1 merupakan data yang diperoleh dari BMKG Online pada Stasiun Meteorologi Raja Haji Fisabilillah Kota Tanjung Pinang, dimana data tersebut merupakan data curah hujan harian maksimum di setiap tahunnya. Data curah hujan harian disetiap bulannya di ambil yang paling maksimum, selanjutnya disetiap tahun curah hujan bulanan yang paling tinggi disebut curah hujan harian maksimum. Sebagai gambaran pada tahun 2012, data tidak tersedia sehingga menggunakan rumus aljabar dari beberapa Stasiun, yaitu Stasiun Meteorologi Hang Nadim Kota Batam, Stasiun Meteorologi Raja Haji Abdullah Kabupaten Karimun, dan Stasiun Meteorologi Dabo Kabupaten Lingga. Berikut rumus yang digunakan

$$Rave = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_n}{n}$$

dengan keterangan sebagai berikut

Rave : Curah Hujan Rata-rata

n : jumlah stasiun pengukuran hujan

$R_1 \dots R_N$: besarnya curah hujan pada masing-masing stasiun .(Tama, 2015)

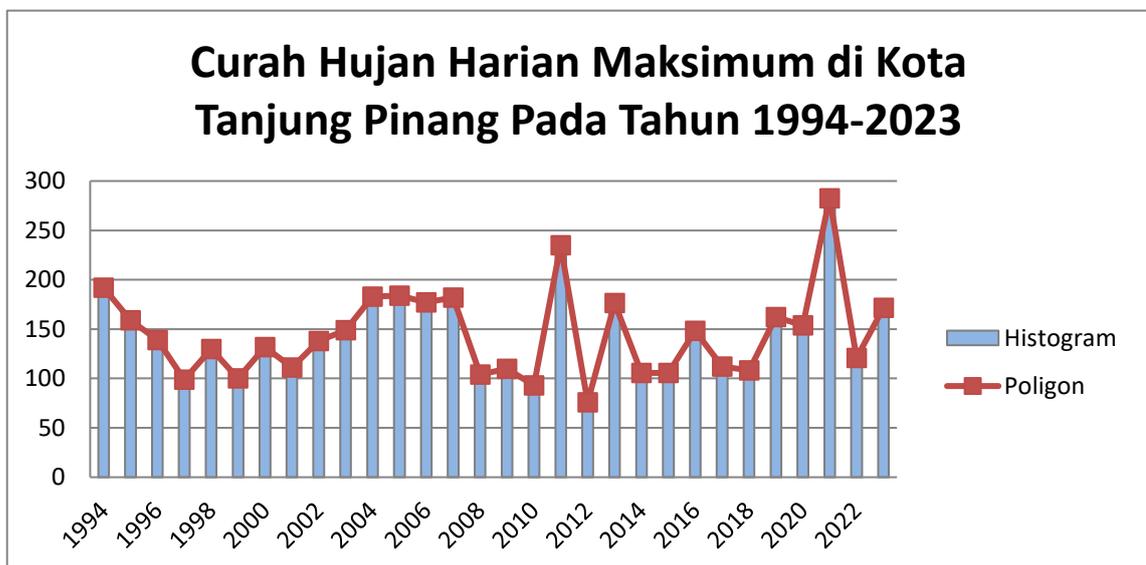
Hasil perhitungan curah hujan harian maksimum pada tahun 2012 diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Curah Hujan Maksimum Tahun 2012

Bulan	Curah Hujan (mm)			Jumlah Curah Hujan Harian Rata-Rata (mm)	Curah Hujan Harian Maksimum (mm)
	Lingga	Batam	Karimun		
Januari	16	0.3	12	9.4	
Februari	51	2.7	66.3	40	
Maret	59	77.6	68	68.2	
April	77	30.9	117	74.97	
Mei	36	39.9	89	54.97	
Juni	35	6.8	51	30.94	
Juli	83	4.6	51	46.2	75.9
Agustus	19	0.1	60	26.37	
September	34	5.6	58.5	32.7	
Oktober	69	11.6	41	40.54	
November	42	3.6	182	75.9	
Desember	45	11.2	35	30.4	

Sumber : Pengolahan Data (Tama, 2015)

Data curah hujan harian maksimum di kota Tanjung Pinang pada tahun 1994-2023 dapat diilustrasikan pada histogram di gambar 1.



Gambar 1. Histogram Curah Hujan Harian Maksimum di Kota Tanjung Pinang Tahun 1994-2023

3.1 Pendugaan Parameter Model Distribusi Gumbel Pada Data Curah Hujan Harian Maksimum di Kota Tanjung Pinang

Pendugaan nilai parameter distribusi Gumbel dilakukan dengan menggunakan *Maximum Like Likelihood* (MLE) pada *software* R. Berikut hasil nilai pendugaan parameter curah hujan harian maksimum di Kota Tanjung Pinang pada Distribusi Gumbel diberikan pada tabel 3.

Tabel 3. Nilai Pendugaan Parameter MLE

Parameter	Nilai Pendugaan
μ	124.6094
σ	33.9295

Sumber : Pengolahan Data di Software R

Script untuk mendapatkan nilai pendugaan parameter distribusi Gumbel secara numerik menggunakan *software* R diberikan sebagai berikut:

```
library(fitdistrplus)
dGumbel <- function(x,mu,s){ # PDF
  exp((mu - x)/s - exp((mu - x)/s))/s
}
pGumbel <- function(q,mu,s){ # CDF
  exp(-exp(-((q - mu)/s)))
}
qGumbel <- function(p, mu, s){ # quantile function
  mu-s*log(-log(p))
}
Gumbel.fit <- fitdist(flood.data, "Gumbel", start=list(mu=5, s=5), method="mle")
summary(Gumbel.fit)
Parameters :
  estimate Std. Error
mu 471.6864  43.33664
s 298.8155  32.11813
```

3.2 Uji Kesesuaian Model Data Curah Hujan Harian Maksimum di Kota Tanjung Pinang

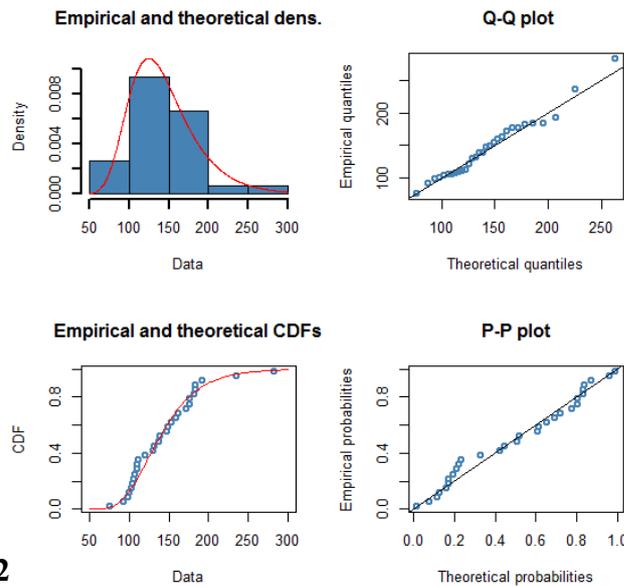
Selanjutnya dilakukan uji kecocokan distribusi frekuensi (goodness of fit) dengan menggunakan metode Uji Kolmogorov Smirnov. Hasil perhitungan uji Kolmogorov-Smirnov disajikan pada Tabel berikut :

Tabel 4. Nilai Uji Kolmogorov Smirnov

Uji Goodness Of Fit	Statistik Uji	Nilai Kritis ($\alpha = 5\%$)	H_0
Kolmogorov Smirnov	0,13011324	0,242	Menerima

Sumber : Pengolahan Data di Software R

Berdasarkan tabel 4 uji kesesuaian distribusi Gumbel yang dilakukan dengan uji Kormogolov Smirnov memiliki statistik uji sebesar 0,13011324. Berdasarkan kriteria uji Kolmogorov Smirnov, diperoleh keputusan untuk menerima H_0 dengan $D < D_\alpha$. Oleh karena itu, model Distribusi Gumbel suai untuk memodelkan data curah hujan harian maksimum di kota Tanjung Pinang. Gambar 2 memberikan ilustrasi kesesuaian model distribusi Gumbel dengan data curah hujan harian maksimm di kota Tanjung Pinang.



Gambar 2

d. Plot Probabilitas

Probabilitas Kumulatif

3.3 Periode Ulang Data Curah Hujan Harian Maksimum di Kota Tanjung Pinang

Setelah diperoleh model distribusi Gumbel sesuai untuk mengilustrasikan data curah hujan harian maksimum di kota Tanjung Pinang, nilai curah hujan harian maksimum tertentu dapat diperoleh pada periode ulang 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun. Untuk menentukan nilai curah hujan maksimum dengan periode ulang 2 tahun, di mana peluangnya adalah 0,5 maka hasil nilai curah hujan harian maksimum dapat di terapkan pada rumus dipersamaan (18). Diketahui pendugaan parameter μ adalah 124,6094 dan parameter σ adalah 33,9295, maka

$$F^{-1}(p) = \mu - \sigma \ln(-\ln p)$$

$$\leftrightarrow F^{-1}(0,5) = 124,6094 - 33,9295 \ln(-\ln(0,5))$$

$$\leftrightarrow F^{-1}(0,5) = 137,045$$

Hasil perhitungan titik curah hujan harian maksimum berdasarkan periode ulang 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun diberikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil Perhitungan Curah Hujan Maksimum

Periode (tahun)	Probabilitas	Curah Hujan Harian Maksimum (mm)
2	50%	137,045
4	25%	113,5269
6	16,67%	104,8256
8	12,5%	99,76963
10	10%	96,311

Sumber : Pengolahan Data

Berdasarkan tabel 5 diperoleh informasi bahwa semakin lama periode ulang, maka titik curah hujan harian maksimum di Kota Tanjung Pinang semakin kecil dengan probabilitas yang semakin rendah.

4 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil uji Kolmogorov Smirnov, data curah hujan harian maksimum di Kota Tanjung Pinang dari tahun 1994 sampai dengan tahun 2023 dapat dimodelkan dengan distribusi Gumbel dengan parameter duga μ adalah 124,6094 dan σ adalah 33,9295. Untuk periode ulang 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun, diperoleh nilai curah hujan harian maksimum di Kota Tanjung Pinang masing-masing pada 137.045, 113.5269, 104.8256, 99.76963 dan 96.3111 mm.

DAFTAR PUSTAKA

- Amry, Z. (2011). Uji Normalitas Dan Pbnblitian Homogbnitas Dalam Kiiantitatif. *Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Medan*
- Ardiansyah, M., Suyono.,Titisariwati, I.,Cahyadi, T.A.,& Kresno. (2021). Analisis Perbandingan Perhitungan Curah Hujan Rencana Berdasarkan Periode Ulang Hujan Dengan Metode Gumbell, Metode Log Pearson III, Metode Iway Kadoya Studi Kasus Tambang Andesit. *JIPL (Jurnal Inovasi Pertambangan dan Lingkungan) Vol. 1, No. 2, Tahun 2021 : 11 – 16.*
- Burhan, S. & Jaya, A.K. (2018) Penaksiran Parameter Regresi Linier Logistik dengan Metode Maksimum Likelihood Lokal pada Resiko Kanker Payudara di Makassar *Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Vol.14, No. 2, 159-165, Januari 2018*
- Fajarini, G.I., Purnamasari, I., & Wahyuningsih, S. (2018) Prediksi Data Curah Hujan Dengan Menggunakan Statistika Non Parametrik *Jurnal Eksponensial Volume 9, Nomor 2, Nopember 2018*
- Hastings, N., Peacock, B., Forbes, C., & Evan, M. (2010) *Statistical Distributions 4th Edition ISBN: 978-0-470-62724-2*
- Info Publik, (2019). BMKG : Kepri masuk fase puncak musim hujan Retrieved from <https://infopublik.id/kategori/nusantara/391636/bmkg-kepri-masuk-fase-puncak-musim-hujan?show=>
- Jarwinda., & Badhurahman, A. (2021) Analisis Curah Hujan Rencana Dengan Menggunakan Distribusi Gumbel Untuk Wilayah Kabupaten Lampung Selatan *Journal of Scinece,Technology, and Virtual Culture Vol.1(1)*
- Kartiko, S, H. (2014) Buku Materi Pokok Pengantar Statistika Matematis 1 *SATS4410 Penerbit Universitas Terbuka*
- Mahdi, S. & Cenac,M. (2004) Estimating Parameters Of Gumbel Distribution Using The Methods Of Moments, Probability Weighted Moments And Maximum Likelihood *Revista de Matematica: Teor ' 'ia y Aplicaciones 2005 12(1 & 2) : 151–156 cimpa – ucr – ccss issn: 1409-2433*
- Muna, S.U.N. & Munawir, A. (2024). Net Single Premium Determination of Crop Insurance Product Based on Rainfall and Temperature. *AIP Conference Proceedings: The 2nd International Seminar of Science and Technology*. AIP Conf. Proc. 3048, 020029-1–020029-9; <https://doi.org/10.1063/5.0202058>
- Novia, S. A. (2017). Perbandingan Estimasi Parameter Distribusi Log Pearson Iii Dengan Distribusi Gumbel Untuk Memodelkan Curah Hujan Kota Pekanbaru. Retrieved from <https://repository.uin-suska.ac.id/18677/> . Skripsi.
- Ruhat, D. (2022). Implementasi Distribusi Peluang Gumbel Untuk Analisis Data Curah Hujan Rencana. *Teorema: Teori dan Riset Matematika, 7(1), 213–224.*
- Service, R. (2024). The Extreme Value Distribution Akses 18 Juni 2024 Retrieved from <https://www.randomservices.org/random/special/ExtremeValue.html>
- Sholichah, I., Kuswanto, H., & Sutijo, B. (2015) Studi Simulasi Parameter Distribusi

Generalized Extreme Value (GEV) Dengan Pendekatan L-Moments Dan MLE
Prosiding Simposium Nasional Inovasi dan Pembelajaran Sains 2015 (SNIPS 2015)
8 dan 9 Juni 2015, Bandung, Indonesia ISBN: 978-602-19655-8-0

- Tama, Y, F. (2015) Menghirung Curah Hujan Rata-Rata Dengan Metode Aljabar
SlideShare.net <https://www.slideshare.net/slideshow/menghitung-curah-hujan-dengan-metode-aljabar/47248221>
- Quraisy, A. (2020) Normalitas Data Menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov dan Saphiro-Wilk
J-HEST: Journal of Healt, Education, Economics, Science, and Technology
Volume 3 Nomor 1 Bulan Desember 2020 Hal. 7-11