

PREDIKSI PENYEBARAN PENYAKIT EBOLA MENGGUNAKAN METODE KALMAN FILTER

Amaliyatul Hasanah^{1*}

¹Matematika, Universitas Annuqayah, Kabupaten Sumenep

Penulis korespondensi: amaliyatulh@gmail.com

ABSTRAK

Ebola adalah satu penyakit yang diakibatkan oleh virus. Virus ebola dapat meyebabkan kematian terhadap penderitanya. Penyebaran virus ebola pada manusia diduga berasal dari interaksi antara manusia dengan hewan yang terinfeksi. Penyakit akibat virus ebola merupakan penyakit menular yang ditandai dengan adanya agen atau penyebab penyakit yang hidup dan menyerang inangnya. Pada penelitian ini dilakukan prediksi penyebaran penyakit ebola menggunakan metode Kalman Filter. Hasil prediksi menunjukkan nilai prediksi pada populasi manusia rentan mendekati nilai sebenarnya dengan RMSE sebesar 0.0263, nilai prediksi pada populasi manusia laten mendekati nilai sebenarnya dengan RMSE sebesar 0.0322, nilai prediksi pada populasi manusia terinfeksi mendekati nilai sebenarnya dengan RMSE sebesar 0.0448, nilai prediksi pada populasi manusia karantina mendekati nilai sebenarnya dengan RMSE sebesar 0.0598, nilai prediksi pada populasi manusia yang sembuh mendekati nilai sebenarnya dengan RMSE sebesar 0.0101 dan nilai prediksi pada populasi manusia meninggal mendekati nilai sebenarnya dengan RMSE sebesar 0.0199.

Kata Kunci: Virus Ebola, Metode Kalman Filter.

1 PENDAHULUAN

Virus merupakan mikroorganisme yang dapat menyebabkan terjadinya berbagai macam penyakit. Penyakit yang ditimbulkan oleh virus menunjukkan gejala yang berbeda beda dan resiko yang berbeda, pada salah satu kasus virus dapat menyebabkan gejala ringan sampai gejala berat. Salah satu penyakit yang disebabkan oleh virus yaitu penyakit ebola. Penyebaran virus ebola pada manusia diduga berasal dari interaksi antara manusia dengan hewan yang terinfeksi. Penyebaran virus ebola pada manusia lebih cepat dibandingkan penyebaran pada hewan. Virus ebola dapat meyebabkan kematian terhadap penderitanya. Infeksi akibat virus ebola dapat menyebabkan demam, diare serta pendarahan didalam tubuh penderitanya.

Kalman filter merupakan metode yang digunakan untuk mengestimasi suatu nilai. Salah satu modifikasi metode kalman filter adalah metode extended kalman filter. Metode Extended Kalman Filter (EKF) adalah perluasan dari metode kalman filter yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem nonlinear dan kotinu. Pada extended kalman filter, sama halnya dengan kalman filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan, yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (*time update*) dan selanjutnya tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi.

Beberapa Peneliti terdahulu telah banyak mengembangkan dan mengkaji tentang pemodelan epidemik matematika penyakit ebola, diantaranya yaitu Rafiq et al., 2020, mengkaji tentang model matematika SEIR penyebaran penyakit ebola dengan membandingkan metode runge kutta orde 4 dan *non-standard finite difference* (NSFD) (Rafiq et al., 2020). Mbah et al., 2023,

dalam penelitiannya Mbah (2023) membahas pendekatan pemodelan matematika dalam kajian dinamika penularan penyakit virus ebola di negara berkembang. Diperoleh system persamaan yang terdiri dari 18 persamaan yang secara lengkap menggambarkan penularan virus ebola dimana tindakan pengendalian diterapkan dan sumber utama penularan penyakit yaitu dengan mencuci mayat secara tradisional (Mbah et al., 2023). Roseline et al., 2024, dalam penelitiannya mengembangkan pendekatan matematis model yang mencakup kampanye karantina dan pendidikan publik sebagai tindakan pengendalian. Titik kesetimbangan model di tampilkan dan angka reproduksi dasar diperkirakan. Teori bifurkasi digunakan untuk analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik. Dalam penelitiannya hasil *center manifold* digunakan untuk menunjukkan bahwa terdapat kesetimbangan endemik nontrivial di dekat titik kesetimbangan non endemik. Adapaun hasil yang diperoleh yaitu karantina dan pendidikan publik apabila digunakan dengan benar untuk mitigasi penyakit ebola, dampak penyakit akan berkurang drastis (Roseline et al., 2024).

Penyebaran penyakit ebola di suatu daerah dapat diformulasikan dalam bentuk model matematika. Pemodelan matematika penyebaran penyakit ebola yang digunakan dalam penelitian ini merujuk pada jurnal Roseline et al., 2024. Model matematika penyebaran penyakit ebola yang sudah ada di estimasi menggunakan metode Extended Kalman Filter.

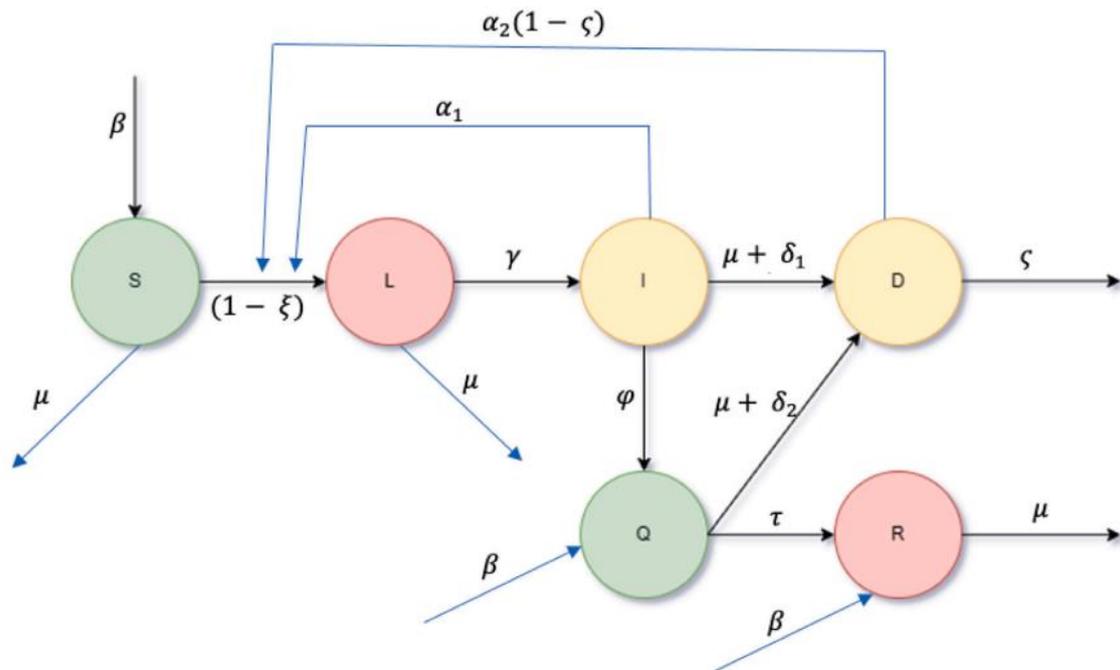
2 METODE

2.1 Model Matematika Penyebaran Penyakit Ebola

Model matematika untuk penyebaran penyakit ebola yang diusulkan pada penelitian ini mengacu pada penelitian (Roseline et al., 2024). Model matematika untuk permasalahan ini terdiri atas enam subpopulasi yaitu yaitu *Susceptible* (S) yaitu jumlah individu yang rentan terhadap penyakit ebola, *Latent* (L) yaitu jumlah individu yang terinfeksi virus ebola tetapi belum tampak tanda penyakitnya, *Infectious* (I) yaitu jumlah individu yang terinfeksi dan menularkan penyakit ebola, *Quarantined* (Q) yaitu jumlah individu yang terinfeksi dan dikarantina, *Recovery* (R) yaitu jumlah individu yang telah sembuh dari penyakit ebola dan *Dead* (D) yaitu jumlah individu yang meninggal akibat penyakit ebola. Terdapat beberapa asumsi yang diberikan dalam model ini, antara lain:

- (i) setiap individu memiliki kemungkinan yang sama untuk tertular virus ebola jika berhubungan dengan individu yang tertular virus ebola ,
- (ii) Kontak langsung antara individu sehat dengan yang terinfeksi menyebabkan individu yang sehat terinfeksi
- (iii) populasi *latent* hanya menularkan virus ebola ketika menunjukkan gejala, mereka terinfeksi tetapi belum menularkan.,
- (iv) isolasi populasi *infectious* dan populasi *quarantined* menyebabkan penyebaran ebola menjadi rendah karena tingkat pengobatan,
- (v) $\delta_1 < \delta_2$ karena populasi *quarantined* diberi penanganan berupa pengobatan
- (vi) kelahiran alami tidak ada pada populasi *infectious* dan populasi *quarantined*
- (vii) jika individu *quarantined* sembuh maka mereka sembuh secara permanen karena adanya pengobatan
- (viii) sub populasi *dead* ada karena adanya individu *infectious* dan meninggal atau meninggal saat berada dikarantina

Selanjutnya, berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, dibentuk diagram kompartemen model yang disajikan pada Gambar 1 untuk memvisualisasi pemodelan pada penelitian ini.



Gambar 1. Diagram kompartemen penyebaran penyakit ebola (Roseline et al., 2024)
 Berdasarkan asumsi yang ditetapkan dan diagram kompartemen pada **Gambar 1.**, disusunlah model matematika penyebaran penyakit ebola yang direpresentasikan sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \beta(S + L + R) - \left(\frac{\alpha_1 I}{N} - \frac{\alpha_2((1-\zeta)D)}{N} \right) (1 - \xi)S - \mu S \quad (2.1)$$

$$\frac{dL}{dt} = \left(\frac{\alpha_1 I}{N} - \frac{\alpha_2((1-\zeta)D)}{N} \right) (1 - \xi)S - (\gamma + \mu)L \quad (2.2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \gamma L - (\varphi + \mu + \delta_1)I \quad (2.3)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \varphi I - (\tau + \mu + \delta_2)Q \quad (2.4)$$

$$\frac{dR}{dt} = \tau Q - \mu R \quad (2.5)$$

$$\frac{dD}{dt} = (\varphi + \delta_1)I + (\tau + \delta_2)Q - \zeta D \quad (2.6)$$

Dengan $S \geq 0, L \geq 0, I \geq 0, Q \geq 0, R \geq 0, D \geq 0$ dan $S + L + I + Q + R + D \leq N$

Tabel 1. Parameter model penyebaran penyakit ebola

Simbol	Definisi
β	Tingkat kelahiran
μ	Tingkat kematian
δ_1	Tingkat kematian akibat penyakit pada populasi I
δ_2	Tingkat kematian akibat penyakit pada populasi Q
α_1	Tingkat interaksi antara populasi I dan S
$\alpha_2(1 - \zeta)$	Tingkat interaksi antara populasi D dan S
γ	Tingkat perkembangan dari populasi L ke populasi I
φ	Rate karantina
τ	Tingkat pengobatan
ξ	Tingkat efektivitas kampanye publik
ζ	Tingkat dekontaminasi dan penguburan jenazah
$(1 - \xi)$	Persentase yang mengabaikan kampanye kesadaran masyarakat dan tetap rentan terhadap ebola

Sumber: (Roseline et al., 2024)

2.2 Pendiskritan

Beberapa sistem dinamik merupakan sistem dinamik kontinu atau berupa sistem persamaan diferensial parsial. Untuk sistem dinamik waktu kontinu dapat diubah menjadi sistem dinamik waktu diskrit dengan menggunakan metode beda hingga maju untuk perubahan terhadap waktu, sedangkan untuk sistem yang berbentuk persamaan diferensial parsial maka sistem dapat didiskritkan dengan menggunakan beda hingga pusat atau metode lainnya (Zill et al., 2009).

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{x_{k+1}^j - x_k^j}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{x_{k+1}^{j+1} - x_k^{j-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{y_{k+1}^{j+1} - y_k^{j-1}}{2\Delta y}$$

2.3 Metode Extended Kalman Filter

Extended Kalman filter adalah modifikasi Kalman filter untuk estimasi sistem dinamik stokastik tak linear. Misalkan diberikan sistem dinamik

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, w_k, k)$$

dengan f adalah fungsi tak linear yang bergantung pada variabel keadaan x_k , input control u_k , dan noise sistem w_k yang bersifat stokastik. Persamaan pengukuran diberikan oleh

$$z_k = h(x_k, v_k, k)$$

dengan h adalah fungsi tak linear yang bergantung pada variabel keadaan x_k dan noise pengukuran v_k . Algoritma Extended Kalman filter adalah

a. Tahap Inisialisasi

$$x_0 \sim N(\bar{x}, P_0); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

b. Tahap Prediksi

$$\bar{x}_{k+1} = f(x_k, u_k)$$

$$\bar{P}_{k+1} = A P_k A^T + B u_k + G Q G^T$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}; B = \frac{\partial f}{\partial u}$$

A, B adalah matriks Jacobian dari $f(x_k, u_k)$

c. Tahap Koreksi

$$K_{k+1} = (I - KH)\bar{P}_{k+1}$$

$$P_{k+1} = \bar{P}_{k+1}H^T(H\bar{P}_{k+1}H^T + R)^{-1}$$

$$x_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + K(z_{k+1} - h(\bar{x}_{k+1}))$$

$$H = \frac{\partial h}{\partial x}$$

Perlu diketahui bahwa dalam metode EKF tidak berarti melinearkan sistem yang pada awalnya tak linear, kemudian filter Kalman diterapkan, tetapi pelinearan hanya dilakukan untuk memperoleh matriks A, B dan H yang digunakan dalam menghitung kovariansi tahap prediksi dan tahap koreksi, serta menghitung Kalman gain (Welch et al., 2006).

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Diskritisasi Model

Diskritisasi augmented model SEIR penyebaran penyakit ebola menggunakan metode Euler. Hasil diskritisasi model SEIR penyebaran penyakit ebola sebagai berikut:

Misal: $x_1(t) = S(t)$
 $x_2(t) = L(t)$
 $x_3(t) = I(t)$
 $x_4(t) = Q(t)$
 $x_5(t) = R(t)$
 $x_6(t) = D(t)$

$$\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(k) + \left(\beta(x_1(k) + x_2(k) + x_5(k)) - \left(\frac{\alpha_1 x_3(k)}{N} - \frac{\alpha_2((1-\zeta)x_6(k))}{N} \right) (1-\xi)x_1(k) - \mu x_1(k) \right) \Delta t \\ x_2(k) + \left(\left(\frac{\alpha_1 x_3(k)}{N} - \frac{\alpha_2((1-\zeta)x_6(k))}{N} \right) (1-\xi)x_1(k) - (\gamma + \mu)x_2(k) \right) \Delta t \\ x_3(k) + (\gamma x_2(k) - (\varphi + \mu + \delta_1)x_3(k)) \Delta t \\ x_4(k) + (\varphi x_3(k) - (\tau + \mu + \delta_2)x_4(k)) \Delta t \\ x_5(k) + (\tau x_4(k) - \mu x_5(k)) \Delta t \\ x_6(k) + ((\varphi + \delta_1)x_3(k) + (\tau + \delta_2)x_4(k) - \zeta x_6(k)) \Delta t \end{pmatrix}$$

3.2 Penerapan Metode Extended Kalman Filter

Sesuai algoritma Extended Kalman Filter, langkah-langkah metode EKF pada model matematika SEIR penyebaran penyakit ebola sebagai berikut:

1. Menentukan model sistem dan pengukuran

Berikut merupakan model system dan model pengukuran yang digunakan dalam algoritma Extended Kalman Filter:

$$\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(k) + \left(\beta(x_1(k) + x_2(k) + x_5(k)) - \left(\frac{\alpha_1 x_3(k)}{N} - \frac{\alpha_2((1-\zeta)x_6(k))}{N} \right) (1-\xi)x_1(k) - \mu x_1(k) \right) \Delta t \\ x_2(k) + \left(\left(\frac{\alpha_1 x_3(k)}{N} - \frac{\alpha_2((1-\zeta)x_6(k))}{N} \right) (1-\xi)x_1(k) - (\gamma + \mu)x_2(k) \right) \Delta t \\ x_3(k) + (\gamma x_2(k) - (\varphi + \mu + \delta_1)x_3(k)) \Delta t \\ x_4(k) + (\varphi x_3(k) - (\tau + \mu + \delta_2)x_4(k)) \Delta t \\ x_5(k) + (\tau x_4(k) - \mu x_5(k)) \Delta t \\ x_6(k) + ((\varphi + \delta_1)x_3(k) + (\tau + \delta_2)x_4(k) - \zeta x_6(k)) \Delta t \end{pmatrix} +$$

$Gw(k)$

$y(k) = Cx(k) + v(k)$

Pada persamaan diatas diasumsikan $w(k), v(k)$ adalah white noise, dengan

$$w(k) \sim N(0, Q(k))$$

$$v(k) \sim N(0, R(k))$$

Dengan $Q(k)$ dan $R(k)$ adalah variansi dari noise.

2. Inisialisasi nilai awal saat $t = 0$

$$P_0 = 5 \times 10^{-6} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \hat{X}_{1(0)} = 439652; \hat{X}_{2(0)} = 238650;$$

$$\hat{X}_{3(0)} = 201000; \hat{X}_{4(0)} = 176000; \hat{X}_{5(0)} = 12000; \hat{X}_{6(0)} = 2000$$

$$Q_0 = 10^{-5} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_0 = 10^{-6}$$

3. Tahap Prediksi

Langkah-langkah pada tahap prediksi yang akan dilakukan proses prediksi terhadap variabel keadaan menggunakan persamaan berikut:

$$\bar{x}_1(k+1) = x_1(k) + \left(\beta(x_1(k) + x_2(k) + x_5(k)) - \left(\frac{\alpha_1 x_3(k)}{N} - \frac{\alpha_2((1-\zeta)x_6(k))}{N} \right) (1 - \xi)x_1(k) - \mu x_1(k) \right) \Delta t$$

$$\bar{x}_2(k+1) = x_2(k) + \left(\left(\frac{\alpha_1 x_3(k)}{N} - \frac{\alpha_2((1-\zeta)x_6(k))}{N} \right) (1 - \xi)x_1(k) - (\gamma + \mu)x_2(k) \right) \Delta t$$

$$\bar{x}_3(k+1) = x_3(k) + (\gamma x_2(k) - (\varphi + \mu + \delta_1)x_3(k)) \Delta t$$

$$\bar{x}_4(k+1) = x_4(k) + (\varphi x_3(k) - (\tau + \mu + \delta_2)x_4(k)) \Delta t$$

$$\bar{x}_5(k+1) = x_5(k) + (\tau x_4(k) - \mu x_5(k)) \Delta t$$

$$\bar{x}_6(k+1) = x_6(k) + ((\varphi + \delta_1)x_3(k) + (\tau + \delta_2)x_4(k) - \zeta x_6(k)) \Delta t$$

Pada tahap prediksi, selain mencari nilai estimasi akan ditentukan juga nilai kovariansi error yang digunakan sebagai alat ukur ketelitian dari hasil estimasi. Nilai kovariansi eror akan digunakan pada tahap prediksi. Persamaannya adalah sebagai berikut:

$$P^-(k+1) = AP_k A^T + Q$$

4. Tahap koreksi

Langkah pertama pada tahap koreksi yaitu menghitung data pengukuran $y(k)$. Data pengukuran yang digunakan dalam system real ditambah dengan noise pengukuran untuk masing-masing model. Nilai data pengukuran yang diperoleh digunakan untuk memperbaiki hasil estimasi pada tahap prediksi.

Langkah selanjutnya menghitung nilai matriks kalman gain, dengan persamaan sebagai berikut:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- C^T (C P_{k+1}^- C^T + R)^{-1}$$

Dengan estimasi

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)$$

Perbedaan nilai estimasi pada tahap prediksi dan tahap koreksi adalah nilai estimasi pada tahap koreksi ditambah dengan matriks kalman gain yang dikalikan dengan $(y - Cx^-(k+1))$ untuk masing-masing model. Nilai kovariansi eror pada tahap koreksi ditentukan oleh persamaan berikut:

$$P_{k+1} = [1 - K_k C] P_{k+1}^-$$

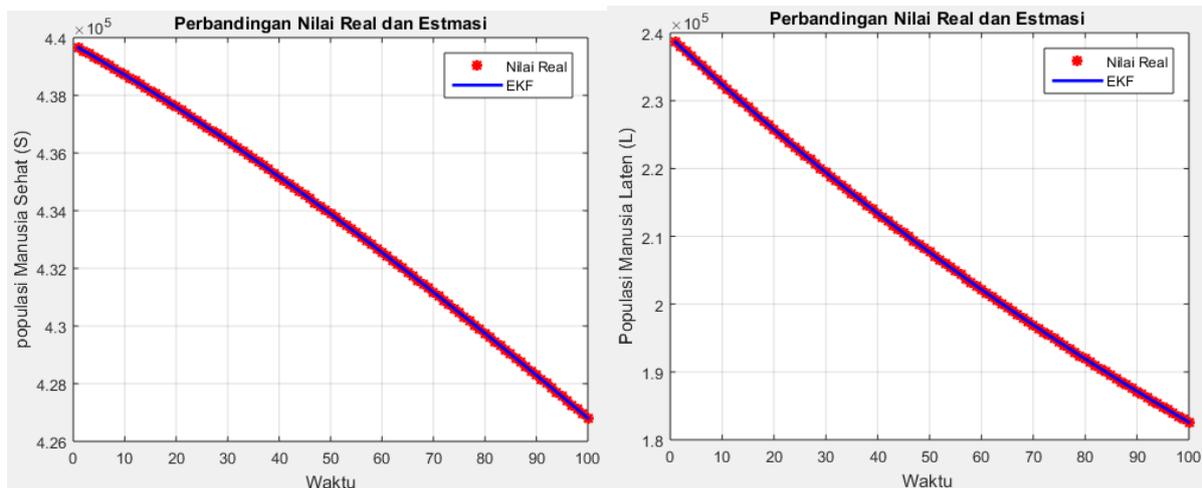
3.3 Simulasi Extended Kalman Filter

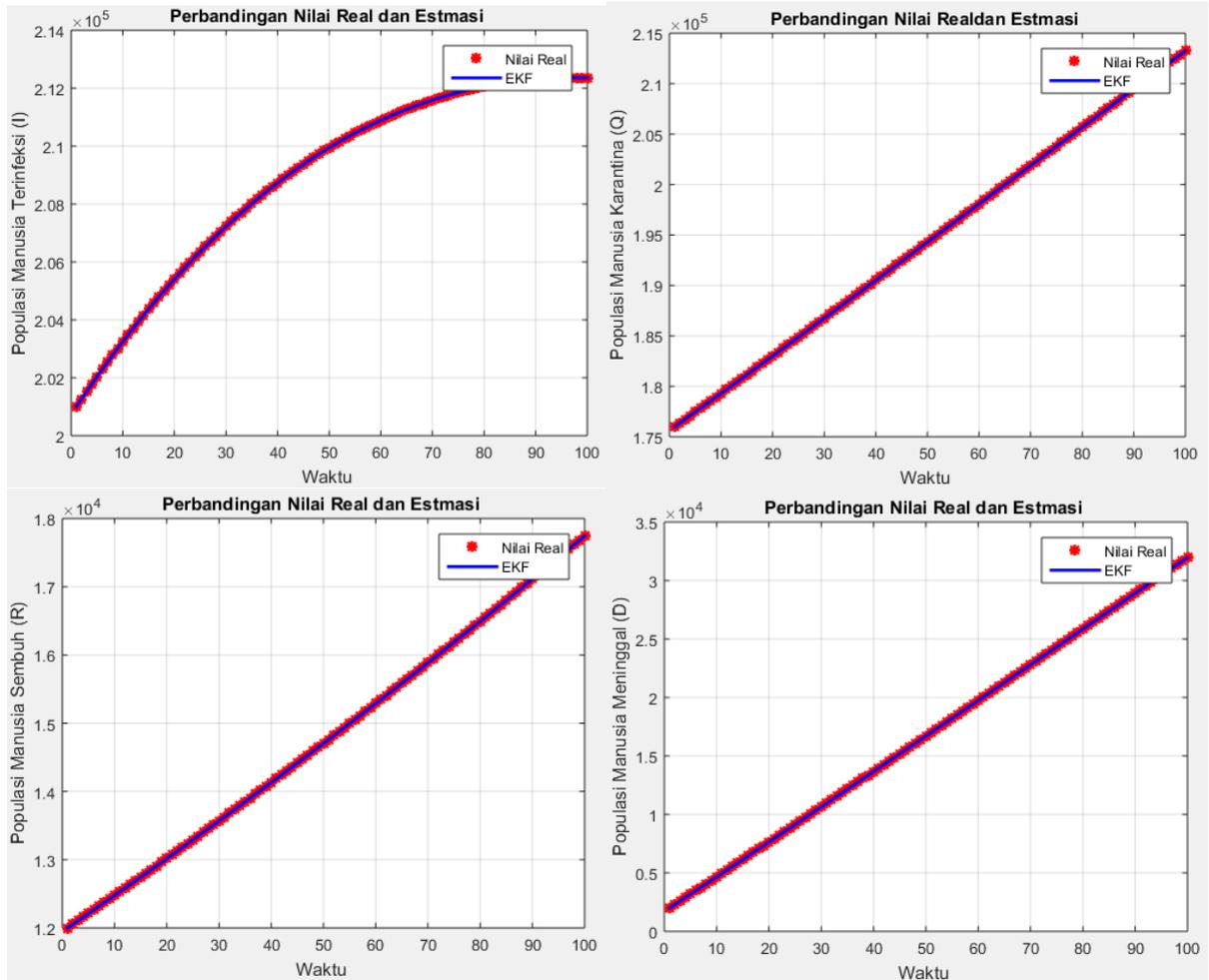
Pada sub bab ini simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma Extended Kalman Filter pada model matematika SEIR penyakit ebola. Hasil simulasi akan dievaluasi dengan cara membandingkan nilai real dengan hasil estimasi extended kalman filter dan diakhir simulasi ditampilkan nilai RMSE (Root Mean Square Error) dari masing-masing populasi. Dalam simulasi ini, nilai awal dan parameter yang digunakan adalah [3]:

Tabel 2. Nilai awal sub-populasi dan nilai parameter untuk simulasi numerik

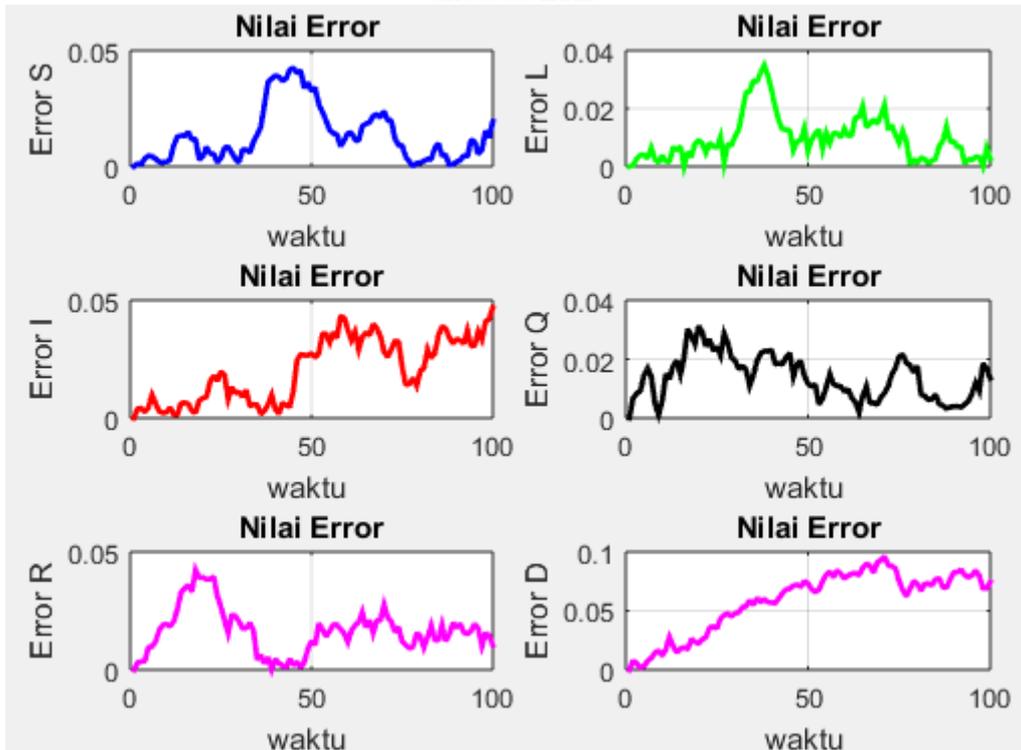
Simbol	Nilai Awal	Sumber
S	439652	Roseline et al., 2024
L	238650	Roseline et al., 2024
I	201000	Roseline et al., 2024
Q	176000	Roseline et al., 2024
R	12000	Roseline et al., 2024
D	2000	Roseline et al., 2024
β	0.23632	Barbarossa et al., 2015
α_1	3.92	Barbarossa et al., 2015
α_2	3.36	Edward et al., 2017
μ	0.02	Roseline et al., 2024
φ	2.1	Edward et al., 2017
γ	4.1	Barbarossa et al., 2015
δ_1	1.4285	Roseline et al., 2024
δ_2	0.00028	Madubueze et al., 2018
τ	0.3	Madubueze et al., 2018
ξ	0.16	Edward et al., 2017
ζ	0.2222	Madubueze et al., 2018

Hasil simulasi dan nilai RMSE dengan mengambil parameter dan nilai awal berdasarkan yang terdapat pada **Tabel 2.** dengan iterasi sebanyak 100 didapatkan grafik sebagai berikut:





Gambar 2. Grafik perbandingan nilai real dan prediksi populasi manusia menggunakan metode EKF



Gambar 3. Error dari prediksi Extended Kalman filter

Gambar 2. merupakan gambar grafik simulasi untuk subpopulasi *susceptible*, *latent*, *infectious*, *quarantined*, *recovery* dan *dead* menggunakan metode estimasi Extended Kalman Filter, grafik berwarna merah menunjukkan nilai real suatu sistem dan grafik berwarna biru menunjukkan nilai estimasi dengan metode Extended Kalman Filter. Hasil yang diperoleh menunjukkan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi atau prediksi. Hasil prediksi menunjukkan nilai prediksi pada populasi *susceptible* mendekati nilai real sistem dengan RMSE sebesar 0.0263, nilai prediksi pada populasi *latent* mendekati nilai real sistem dengan RMSE sebesar 0.0322, nilai prediksi pada populasi *infectious* mendekati nilai real sistem dengan RMSE sebesar 0.0448, nilai prediksi pada populasi *quarantined* mendekati nilai real sistem dengan RMSE sebesar 0.0598, nilai prediksi pada populasi *recovery* mendekati nilai real sistem dengan RMSE sebesar 0.0101 dan nilai prediksi pada populasi manusia *dead* mendekati nilai real sistem dengan RMSE sebesar 0.0199. Dengan rata rata RMSE sebesar 0.0322 dan waktu komputasi 0.478998 detik.

4 KESIMPULAN

Prediksi penyebaran penyakit ebola dapat dilakukan menggunakan metode estimasi extended kalman filter dengan hasil estimasi yang diperoleh mendekati nilai real sistem dengan rata rata RMSE 0.0322 dan waktu komputasi 0.478998 detik. Berdasarkan hasil simulasi metode extended kalman filter dapat memprediksi penyebaran penyakit ebola sampai dengan 100 hari mendatang. Adapun saran untuk penelitian selanjutnya prediksi penyebaran ebola menggunakan metode modifikasi kalman filter yang lain dengan waktu prediksi yang lebih panjang.

DAFTAR PUSTAKA

- Barbarossa, M.V., Dénes, A., Kiss, G., Nakata, Y., Röst, G., Vizi, Z. (2015). Transmission dynamics and final epidemic size of Ebola virus disease outbreaks with varying interventions, *PLoS One* 10 (7) e0131398. DOI:10.1371/journal.pone.0131398
- Diekmann, O., Heesterbeek A.P., Robert M.G. (2009). The Construction of Next-Generation Matrices for Compartmental Epidemic Models. *The Royal Society Interface* Vol. 7, 873- 885. Doi:10.1098/rsif.2009.0386.
- Edward, S., Lusekelo, E.M., Ndidi, D.M., Simanjilo, E. (2017). Mathematical modelling of the transmission dynamics of Ebola virus disease with control strategies, *Int. J. Sci.: Basic Appl. Res.* 33 (1) Hal. 112–130.
- Jazwinski, A. H. (1970), *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press, New York
- Madubueze, C.E., Kimbir, A.R., Aboiyar, T. (2018). Global stability of Ebola virus disease model with contact tracing and quarantine, *Appl. Appl. Math.: Int. J. (AAM)* 13 (1) 25.
- Mathews.J. H. dan Kurtis. D. F. (1999). “Numerial Methods Using MATLAB third Edition” Prentis Hall.
- Mbah, G.C.E., Onah, I.S., Ahman Q.O., Collins, O.C., Asogwa, C.C., Okoye, C. (2023). Mathematical modelling approach of the study of Ebola virus disease transmission dynamics in a developing country, *Afr. J. Infect. Dis.* 17 (1), 10–26. <https://doi.org/10.21010/Ajidv17i1.2>
- Rafiq, M., Ahmad, W., Baleanu, D. (2020). A reliable and competitive mathematical analysis of Ebola epidemic model. *Advances in Difference Equations* 2020:540, 1-24. <https://doi.org/10.1186/s13662-020-02994-2>.
- Roseline, T.A., Abraham, B.Z., Kayode, O., Adejimi, A. (2024). Mathematical analysis and simulation of Ebola virus disease spread incorporating mitigation measures, *Elsevier: Franklin* 6 (2024) 100066, 1-15. <https://doi.org/10.1016/j.fraope.2023.100066>

- Welch, G. dan Bishop, G. (2006), An introduction to the Kalman filter, Departement of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill.
- Zill, D.G., Cullen, M.R. (2009). Differential Equations with Boundary-Value Problem. Seventh Edition. Nelson Education Ltd, Canada.