

PENERAPAN PEMROGRAMAN LINEAR INTEGER PADA MASALAH OPTIMASI KEUNTUNGAN INDUSTRI PERUMAHAN KOMERSIL DAN SUBSIDI DI PROYEK FORTUNA RESIDENCE KARANGANYAR

Aristiana Meidy Jamilul Huda^{1*}, Asmara Iriani Tarigan², Krishna Prafidya Romantica³

¹Mahasiswa Program Studi Matematika, Universitas Terbuka, Tangerang Selatan, Indonesia

^{2,3}Program Studi Matematika, Universitas Terbuka, Tangerang Selatan, Indonesia

*Penulis korespondensi: aristianameidy21@gmail.com

ABSTRAK

Penentuan berapa banyak tipe rumah untuk dibangun yang dipengaruhi dari faktor sumber daya alam, modal, waktu, dan permintaan pasar adalah salah satu tantangan yang dihadapi pengembang. Tujuan dari kajian ini untuk menentukan jumlah tipe rumah yang akan dibangun guna memaksimalkan keuntungan. Dalam mencapai tujuan tersebut, diterapkanlah metode simpleks dan metode *branch and bound* pada masalah optimisasi ini. Selanjutnya hasil dari kedua metode tersebut akan dicek dengan software solver excel. Objek dari penelitian ini adalah Fortuna Residence, sebuah proyek perumahan yang dibangun oleh PT. Berlian Graha Manunggal di Karanganyar. Perusahaan ini akan membangun tiga tipe rumah. Tipe pertama adalah komersil dengan harga Rp 200.000.000, luas bangunan 36m², dan luas tanah 70m². Kedua, tipe subsidi I dengan harga Rp 177.000.000, luas bangunan 30m² dan luas tanah 65m². Tipe ketiga yaitu subsidi II dengan harga Rp 166.000.000, memiliki luas bangunan 27m² dan luas tanah 60m². Berdasarkan hasil kajian yang telah diselesaikan, agar memperoleh keuntungan maksimum sebesar Rp 3.700.000.000, maka jumlah tipe yang harus dibangun pada lahan 1,1 hektar adalah 14 rumah tipe komersil, 28 rumah tipe subsidi I, dan 58 rumah tipe subsidi II.

Kata kunci : Metode *Branch and Bound*, Optimasi, Pemrograman Linear, *Solver Excel*

1. PENDAHULUAN

Tidak semua orang mempunyai kemampuan untuk membangun rumah dengan cepat, dikarenakan harga properti yang semakin mahal yang tidak seimbang dengan kenaikan pendapatan. Oleh karena itu, pemerintah ikut serta membantu masyarakat agar segera memperoleh rumah yang layak dengan harga terjangkau melalui program perumahan berimbang yang disahkan dengan Peraturan Menteri PUPR Nomor 20/PRT/M/2019 tentang kemudahan dan pendampingan pemilik rumah bagi masyarakat berpenghasilan rendah. Pemerintah yang telah bekerja sama dengan bank dan para pengembang perumahan, menyediakan dua tipe perumahan. Tipe pertama yaitu rumah subsidi untuk masyarakat menengah ke bawah dan tipe kedua rumah komersil untuk masyarakat menengah ke atas, yang keduanya sama-sama bisa mendapatkan bantuan pembiayaan dari bank (Nurchahya Sukma Kusuma Dewivii, 2022). Bagi para pengembang perumahan, selain berpartisipasi pada program pemerintah tersebut juga ingin mendapatkan keuntungan yang maksimal.

PT. Berlian Graha Manunggal adalah perusahaan properti yang berdiri pada tahun 2019 yang fokus pada pengembangan rumah subsidi yang terjangkau dan berkualitas. Perusahaan ini beralamat di Padokan RT.04/RW.04 Kelurahan Sawahan, Kecamatan Ngemplak, Kabupaten Boyolali. Pada tahun 2025, PT. Berlian Graha Manunggal membuka proyek perumahan yang bernama Fortuna Residence yang berlokasi di Desa Plesungan, Kecamatan Gondangrejo,

Kabupaten Karanganyar dengan luas lahan sebesar 1,1 hektare yang akan membangun satu tipe rumah komersil dan dua tipe rumah subsidi. Perusahaan mempunyai keterbatasan antara lain biaya sebagai modal yang digunakan untuk membangun, luas lahan, waktu pengerjaan, dan permintaan pasar. Berdasarkan keterbatasan yang dimiliki, perusahaan ingin memaksimalkan keuntungan melalui pengoptimalan jumlah tipe rumah komersil dan rumah subsidi.

Masalah yang dihadapi oleh PT. Berlian Graha Manunggal adalah masalah optimasi untuk memaksimalkan keuntungan dalam membangun rumah dengan batasan sumber daya yang tersedia. Masalah ini dapat diselesaikan dengan menggunakan metode pada pemrograman linear integer yaitu metode *branch and bound*. Pemrograman linear integer merupakan bagian dari pemrograman linear yang menghasilkan solusi yang mempunyai nilai integer (bulat).

Beberapa penelitian yang telah menggunakan metode ini seperti Wahyudin dan Abdal (2016) menggunakan metode *branch and bound* memecah masalah optimasi untuk mencari keuntungan optimal dalam usaha produksi senter (*flashlight*). Putri dkk. (2024) menyelesaikan masalah optimasi produksi sandal laki-laki dan perempuan yang masing-masing harus sepasang. Uci Rahmadani dan Hendra Cipta (2023) menunjukkan bahwa penerapan metode *branch and bound* dalam penjualan kopi seduh di *coffee shop* memberikan dampak signifikan terhadap peningkatan keuntungan yang lebih efisien dan optimal. Purba dan Ahyaningsih (2020) melakukan penelitian di PT. Arma Anugerah Abadi untuk menentukan jumlah produksi optimal dari berbagai jenis roti dengan tetap mempertimbangkan keterbatasan bahan baku dan kapasitas produksi. Achmad Alfian (2019) menggunakan model *integer programming* untuk membantu bisnis produksi almari yang mempunyai tiga tipe model dengan mengalokasikan bahan baku, jam kerja, dan kapasitas produksi yang terbatas menjadi lebih efisien. Qonita Putri dan Husein (2024) mengatakan bahwa teknik *branch and bound* efektif digunakan untuk membantu UMKM dalam perencanaan produksi dimsum, karena mampu memberikan hasil kuantitatif yang lebih optimal.

Berdasarkan beberapa hasil penelitian sebelumnya, maka penelitian pada masalah yang dihadapi oleh PT. Berlian Graha akan menggunakan metode *branch and bound* untuk memperoleh solusi optimal dengan tujuan mendapatkan keuntungan maksimal dalam membangun sejumlah tipe rumah komersil dan tipe rumah subsidi. Untuk mengkonfirmasi hasil yang diperoleh, maka dilakukan juga pencarian solusi dengan menggunakan software Excel Solver yang dapat menyelesaikan masalah pemrograman linear integer.

2. METODE PENELITIAN

Pengambilan data penelitian dilakukan di PT. Berlian Graha Manunggal sebagai pengembang proyek perumahan Fortuna Residence berlokasi di kawasan berkembang Kabupaten Karanganyar, dekat dengan pusat Kota Solo, Jawa Tengah. Total jumlah lahan yang akan dikembangkan pada perumahan ini seluas 1,1 hektare. Perusahaan ini mengembangkan satu tipe rumah komersil dan dua tipe rumah subsidi. Ketiga tipe rumah tersebut mempunyai spesifikasi yang berbeda pada luas bangunan, luas tanah, dan harga jual. Tipe rumah komersil mempunyai luas bangunan (LB) 36m² dan luas tanah (LT) 70m² seharga Rp 200.000.000,-. Tipe rumah subsidi yang pertama mempunyai luas bangunan (LB) 30m² dan luas tanah (LT) 65m² seharga Rp 177.000.000,-. Tipe rumah subsidi kedua mempunyai luas bangunan (LB) 27m² dan luas tanah (LT) 60m² seharga Rp 166.000.000,-.

2.1. Pemrograman Linear Integer

Menurut Taha (2017), pemrograman linear integer merupakan bentuk khusus dari pemrograman linear di mana satu atau lebih variabel keputusan dibatasi pada bilangan bulat.

Ini sangat penting dalam situasi riil seperti jumlah unit produksi, tenaga kerja, atau kendaraan, yang tidak bisa dibagi pecahan. Hillier dan Lieberman (2021) menambahkan bahwa meskipun modelnya tampak serupa dengan pemrograman linear biasa, pemrograman linear integer jauh lebih kompleks karena wilayah solusinya berupa titik-titik diskrit.

Bentuk Umum Pemograman Linear sebagai berikut:

Maksimumkan atau minimumkan: $Z(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_1^n c_j x_j$

dengan batasan (kendala): $\sum_1^n \binom{n}{k} c_{ij} x_j \left(\begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} \right) b_i$

dan $x_j \geq 0$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$
atau

Maksimumkan atau minimumkan: $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \dots + c_n x_n$

dengan batasan (kendala):

$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \dots + a_{1n} x_n \leq \text{atau} \geq b_1$

$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \dots + a_{2n} x_n \leq \text{atau} \geq b_2$

Keterangan:

Z = Fungsi tujuan

x_j = Jenis kegiatan (variabel keputusan)

a_{ij} = Kebutuhan sumber daya i untuk menghasilkan setiap unit kegiatan j

b_i = Jumlah lahan i yang tersedia

c_j = Kenaikan nilai Z jika ada penambahan satu unit kegiatan j

a, b, c = parameter model

m = Jumlah lahan

n = Jumlah kegiatan

Di dalam pemrograman linear, masalah optimasi yang terdiri lebih dari dua variabel dapat menggunakan metode simpleks yang mempunyai prosedur matematis yang melibatkan penentuan nilai maksimum atau minimum dari fungsi objektif linear yang tunduk pada beberapa kendala linear (Taha, 2017). Karena metode simpleks mencari titik optimal di antara titik-titik sudut (*extreme points*) dari himpunan solusi layak, dan tidak semua titik sudut itu berada di koordinat bilangan bulat, maka hasilnya bisa berupa bilangan bulat (*non-integer*). Dalam beberapa kasus, solusi tersebut dapat diterima apa adanya selama memenuhi semua kendala dan memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan. Namun, pada permasalahan tertentu diperlukan solusi dalam bentuk bilangan bulat karena alasan-alasan praktis seperti jumlah unit produksi, jumlah kendaraan, atau tenaga kerja yang tidak mungkin dinyatakan dalam bilangan pecahan. Untuk itu, ketika hasil dari pemrograman linear berupa nilai non-integer, maka metode *branch and bound* dapat digunakan sebagai pendekatan lanjutan untuk mendapatkan solusi bernilai bulat (*integer*).

2.2. Metode *Branch and Bound*

Metode *branch and bound* adalah salah satu cara untuk mendapatkan hasil program linear terbaik, yang menggabungkan variabel keputusan integer (Siswanto, 2007). Dengan menetapkan batas atas dan batas bawah untuk setiap variabel keputusan yang mempengaruhi nilai *integer*, seperti namanya, metode ini berkonsentrasi pada solusi optimal yang akan menghasilkan angka *integer*, memastikan bahwa setiap kendala menghasilkan cabang baru. Langkah-langkah dalam metode *branch and bound* yaitu:

- 1) Lepaskan batasan bilangan bulat untuk mendapatkan solusi simpleks optimal dari model pemrograman linear.
- 2) Gunakan solusi bulat sebagai batas bawah dan solusi simpleks sebagai batas atas.
- 3) Untuk pemisahan, pilih variabel dengan komponen pecahan terbesar. Untuk variabel ini, buat dua batasan baru yang mempertimbangkan pembagian nilai bulat. Akibatnya, ada dua batasan: \leq dan \geq .
- 4) Bangun dua simpul baru, satu dibatasi oleh $<$ dan yang lainnya oleh \geq . Gunakan batasan baru yang telah diterapkan di setiap simpul untuk menyelesaikan model pemrograman linear.
- 5) Batas atas di setiap simpul adalah solusi simpleks awal, dan batas bawah adalah solusi bilangan bulat terbesar yang dapat ditemukan di simpul mana pun.
- 6) Solusi bilangan bulat ideal diperoleh jika prosedur ini menghasilkan solusi bilangan bulat yang dapat digunakan dengan batas atas terbesar di akhir simpul mana pun.
- 7) Lanjutkan pembagian jika tidak ada jawaban bilangan bulat yang dapat digunakan muncul.
- 8) Kembali ke langkah 3.

2.3. Excel Solver

Solver excel adalah fitur bawaan dalam *microsoft excel* yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi, khususnya dalam bentuk pemrograman linear, nonlinear, dan integer (Taha, 2017). Dengan *solver*, pengguna dapat menentukan fungsi tujuan (maksimum atau minimum), menetapkan batasan (*constraints*), serta menentukan variabel keputusan. Salah satu kelebihan utama *solver* dibandingkan *software* optimasi lainnya adalah kemudahannya dalam digunakan karena terintegrasi langsung dalam excel, sehingga tidak memerlukan pemrograman tambahan. Selain itu, *solver* mendukung *integer constraints*, memungkinkan pengguna mendapatkan hasil dalam bentuk bilangan integer yang sangat relevan untuk masalah riil seperti jumlah produk, tenaga kerja, atau kendaraan. Kombinasi antara kemudahan antarmuka, fleksibilitas model, dan kemampuan menghasilkan solusi integer menjadikan *solver* sebagai alat praktis untuk analisis dan pengambilan keputusan dalam berbagai bidang (Microsoft, n.d.).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Data

PT. Berlian Graha Manuggal akan membangun tiga jenis rumah sehingga pembeli dapat memilih dari rumah besar, menengah, dan kecil. Ada tiga jenis rumah yang dibangun yang termasuk dalam kategori hunian dasar. Fungsi kendala untuk konsep perumahan seimbang, yang membutuhkan rasio 1:3:6 antara rumah mewah, menengah, dan kecil, belum dikembangkan dalam hal ini. Sebaliknya, sebuah penelitian diterapkan secara proporsional terhadap faktor pasar.

Tabel 1. Deskripsi Tipe Rumah yang Akan Dikembangkan

No	Spesifikasi	Tipe A (Komersil)	Tipe B (Subsidi I)	Tipe C (Subsidi II)
a.	Luas Bangunan (m ²)	36	30	27

No	Spesifikasi	Tipe A (Komersil)	Tipe B (Subsidi I)	Tipe C (Subsidi II)
b.	Luas Tanah (m ²)	70	65	60
c.	Biaya Produksi (Rp)	140.000.000	137.000.000	136.000.000
d.	Biaya Jual (Rp)	200.000.000	177.000.000	166.000.000
e.	Margin Keuntungan (Rp)	60.000.000	40.000.000	30.000.000
f.	Daya Listrik (W/V)	900/220	900/220	900/220
g.	Tingkat Lantai	Satu Lantai	Satu Lantai	Satu Lantai
h.	Kamar Tidur	2	2	1
i.	Kamar Mandi	1	1	1
j.	Dapur	Ada	Tidak Ada	Tidak Ada
k.	WC Kamar Mandi	Monoblok + Shower	Kloset Jongkok	Kloset Jongkok

Sumber: *Proyek Perumahan Fortuna Residence – PT. Berlian Graha Manunggal*

3.2. Formulasi Matematis

3.2.1 Fungsi Kendala

a) Batasan Luas Lahan

Tersedia total lahan 11.000 meter persegi. Luas infrastrukturnya adalah 3.000 meter persegi dan luas lahan pembangunan maksimal 8.000 meter persegi.

Formulasi fungsi kendala dengan batasan luas lahan yaitu:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1$$

sehingga $70x_1 + 65x_2 + 60x_3 \leq 8000$ dimana:

x_1 : rumah tipe A (Komersil)

x_2 : rumah tipe B (Subsidi I)

x_3 : rumah tipe C (Subsidi II)

b) Batasan Biaya Produksi

Dana maksimal 14 miliar rupiah tersedia untuk pembangunan tiga tipe rumah.

Formulasi fungsi kendala dengan batasan biaya produksi yaitu:

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2$$

sehingga $140x_1 + 137x_2 + 136x_3 \leq 14000$

c) Batasan Waktu Pelaksanaan

Pembangunan semua unit diharapkan dapat maksimal 100 minggu.

Formulasi fungsi kendala dengan batasan waktu yaitu:

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \leq b_3$$

sehingga $x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$

d) Batasan permintaan pasar.

Persentase tipe perumahan yang diminati adalah tipe A dibandingkan tipe B, dan tipe C adalah 1 berbanding 2 berbanding 4 menurut proporsi tipe penjualan (aspek pasar).

Formulasi fungsi kendala dengan batasan proporsi sesuai aspek pasar yaitu:

$$2x_1 \leq x_2 \text{ dan } 2x_2 \leq x_3$$

3.2.2 Fungsi Tujuan

Keuntungan adalah hal yang dimaksimalkan dalam menyusun fungsi tujuan ini.

Keuntungan masing-masing tipe rumah adalah seperti tabel deskripsi perumahan di atas.

Formulasi fungsi tujuan (Z) dengan memaksimalkan keuntungan adalah:

$$\text{Maksimumkan } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$$

$$\text{sehingga } Z = 60x_1 + 40x_2 + 30x_3$$

Keterangan :

- 60 = Keuntungan tipe A (dalam satuan juta rupiah)
 40 = Keuntungan tipe B (dalam satuan juta rupiah)
 30 = Keuntungan tipe C (dalam satuan juta rupiah)

3.2.3 Hasil Formulasi Fungsi dengan Metode Simpleks

- a) Fungsi Kendala:
1. $70x_1 + 65x_2 + 60x_3 \leq 8000$ menjadi $70x_1 + 65x_2 + 60x_3 + S_1 \leq 8000$
 2. $140x_1 + 137x_2 + 136x_3 \leq 14000$ menjadi $140x_1 + 137x_2 + 136x_3 + S_2 \leq 14000$
 3. $x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$ menjadi $x_1 + x_2 + x_3 + S_3 \leq 100$
 4. $2x_1 \leq x_2 \rightarrow 2x_1 - x_2 \leq 0$ menjadi $2x_1 - x_2 + S_4 = 0$
 5. $2x_2 \leq x_3 \rightarrow 2x_2 - x_3 = 0$ menjadi $2x_2 - x_3 + S_5 = 0$
- b) Fungsi Tujuan:
 Maksimumkan $Z - 60x_1 - 40x_2 - 30x_3 = 0$
 Keterangan:
 x_1 merupakan rumah tipe A (Komersil)
 x_2 merupakan rumah tipe B (Subsidi I)
 x_3 merupakan rumah tipe C (Subsidi II)
 Z merupakan laba atau keuntungan
 NK merupakan nilai kanan persamaan
 S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 merupakan variabel slack

3.3. Menentukan Solusi Optimal

Langkah awal dalam metode simpleks adalah mengidentifikasi semua variabel yang terdapat dalam fungsi tujuan serta fungsi kendala, kemudian menyusunnya ke dalam bentuk tabel simpleks. Dalam penyusunan ini, setiap kendala ditulis dalam bentuk persamaan dan fungsi tujuan dikonversi menjadi bentuk Z-row. Hasil penyusunan awal ini ditampilkan dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Tabel Simpleks Awal

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	NK
S_1	0	70	65	60	1	0	0	0	0	8000
S_2	0	140	137	136	0	1	0	0	0	14000
S_3	0	1	1	1	0	0	1	0	0	100
S_4	0	2	-1	0	0	0	0	1	0	0
S_5	0	0	2	-1	0	0	0	0	1	0
Z	1	-60	-40	-30	0	0	0	0	0	0

Sumber: Data Perum Fortuna Residence Oleh PT. Berlian Graha Manunggal

Setelah penyusunan tabel simpleks awal sebagaimana ditampilkan pada Tabel 1, diperlukan beberapa iterasi untuk memperoleh solusi optimal. Pada setiap iterasi, proses pemilihan variabel masuk (*entering variable*) dan variabel keluar (*leaving variable*) dilakukan berdasarkan kriteria peningkatan nilai fungsi tujuan (untuk masalah maksimisasi) atau penurunan (untuk minimisasi). Prosedur ini dilakukan secara sistematis dengan melakukan operasi baris elementer guna membentuk tabel baru pada setiap langkah. Berikut ini disajikan iterasi pertama yang menunjukkan proses awal perbaikan solusi menuju titik optimal.

Iterasi 1 : Pemilihan Kolom Pivot dan Pembaruan Tabel.

Pada iterasi pertama ini, kita melihat bahwa kolom x_1 memiliki koefisien negatif paling besar pada baris Z (-60), sehingga dipilih x_1 sebagai variabel masuk.

- Menghitung rasio RHS / elemen x_1 :
 $S_1: 8000 / 70 \approx 114.29$
 $S_2: 14000 / 140 = 100$
 $S_3: 100 / 1 = 100$
 $S_4: 0 / 2 = 0$ (rasio minimum positif)
 maka, baris S_4 menjadi baris pivot, dan elemen pivot adalah 2.
- Lakukan normalisasi baris S_4 dan eliminasi nilai di kolom x_1 untuk baris lain
- Hasil:
 x_1 masuk basis menggantikan S_4
 $x_1 = 0$ (karena RHS di baris pivot = 0)

Setelah memilih S_4 sebagai baris pivot, maka tabel simpleks akan diperbarui pada Tabel 3. berikut.

Tabel 3. Iterasi 1

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	NK
S_1	0	0	100	60	1	0	0	-35	0	8000
x_1	0	0	207	136	0	1	0	-70	0	14000
S_3	0	0	1,5	1	0	0	1	-0,5	0	100
S_4	0	1	-0,5	0	0	0	0	0,5	0	0
S_5	0	0	2	-1	0	0	0	0	1	0
Z	1	-60	-40	-30	0	0	0	0	0	0

Pada iterasi pertama, diperoleh solusi sementara yang belum optimal karena masih terdapat nilai negatif pada baris fungsi tujuan (Z-row). Oleh sebab itu, metode simpleks mengharuskan dilakukannya iterasi lanjutan. Proses perhitungan dilanjutkan pada iterasi kedua berikut.

Iterasi 2 : Pemilihan Kolom Pivot dan Pembaruan Tabel

Pada iterasi kedua ini, setelah substitusi, Z-row masih memiliki nilai negatif terbesar di x_2 (-40), maka: x_2 dipilih sebagai variabel masuk.

- Hitung rasio:
 $S_5: 0 / 2 = 0$ (rasio minimum positif)
 maka, baris S_5 menjadi baris pivot, elemen pivot = 2
- Lakukan normalisasi baris S_5 dan eliminasi nilai pada kolom x_2 di semua baris
- Hasil:
 x_2 masuk basis menggantikan S_5
 $x_2 = 200 / 7 \approx 28.57$

Iterasi kedua menghasilkan perubahan pada nilai variabel basis serta perbaikan nilai fungsi tujuan. Perubahan ini menunjukkan bahwa solusi bergerak semakin dekat menuju kondisi optimal. Tabel 3 berikut menyajikan hasil lengkap dari iterasi kedua.

Tabel 4. Iterasi 2

Variabel	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	NK
----------	---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	----

Dasar										
S_1	0	0	0	110	1	0	0	-35	-50	8000
X_1	0	0	0	239,5	0	1	0	-70	-103,5	14000
X_2	0	0	0	1,75	0	0	1	-0,5	-0,75	100
S_4	0	1	0	-0,25	0	0	0	0,5	0,25	0
S_5	0	0	1	-0,5	0	0	0	0	0,5	0
Z	1	-60	-40	-30	0	0	0	0	0	0

Berdasarkan proses optimasi pada iterasi pertama dan iterasi kedua, didapatkan solusi yang diperoleh belum optimal. Hal ini ditunjukkan oleh masih adanya elemen negatif pada baris Z, yang berarti peningkatan nilai fungsi tujuan masih dimungkinkan. Dengan demikian, iterasi ketiga perlu dilakukan untuk memperoleh solusi yang lebih baik.

Iterasi 3 : Pemilihan Kolom Pivot dan Pembaruan Tabel

- Baris Z masih punya nilai negatif di kolom x_3 (-30), maka: x_3 dipilih sebagai variabel masuk
- Hitung rasio:
 S_3 : $100 / 1 = 100$ (satu-satunya rasio valid)
 maka, baris S_3 adalah pivot, dengan elemen pivot = 1
- Lakukan normalisasi baris S_3 dan eliminasi kolom x_3 dari baris lain
- Hasil:
 x_3 masuk basis menggantikan S_3
 Semua nilai pada baris Z menjadi nol atau positif (optimal)

Iterasi ketiga menunjukkan bahwa seluruh nilai pada baris fungsi tujuan telah memenuhi syarat optimal, yaitu tidak terdapat lagi elemen negatif. Dengan demikian, iterasi ketiga menghasilkan solusi optimal. Tabel 4 berikut menyajikan hasil akhir dari iterasi tersebut.

Tabel 5. Iterasi 3 (Solusi Optimal)

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	NK
S_1	0	0	0	0	1	0	-62,8571	-3,57143	-2,85714	1714,286
X_1	0	0	0	0	0	1	-136,857	-1,57143	-0,85714	314,2857
X_2	0	0	0	1	0	0	0,571429	-0,28571	-0,42857	57,14286
X_3	0	1	0	0	0	0	0,142857	0,428571	0,142857	14,28571
S_5	0	0	1	0	0	0	0,285714	-0,14286	0,285714	28,57143
Z	1	0	0	0	0	0	37,14286	11,42857	7,142857	3714,286

Dari Tabel 4 diketahui semua kendala yang digunakan untuk mendapatkan solusi optimal menjadi basis, yaitu x_1 , x_2 , dan x_3 . Koefisien dalam kolom x_1 , x_2 , dan x_3 di baris Z menjadi nol, yang mana menunjukkan tidak ada peningkatan lebih lanjut untuk fungsi tujuan Z (keuntungan sudah maksimal). Nilai solusi untuk masing-masing variabel diperoleh $x_1 = 14,28$; $x_2 = 28,57$; $x_3 = 57,14$; dan $Z = 3714,28$.

Analisis dengan metode simpleks dari 3 iterasi ini menunjukkan jumlah rumah tipe A sebanyak 14,28 unit, rumah tipe B sebanyak 28,57 unit, dan rumah tipe C sebanyak 57,14 unit, dengan total luas lahan yang digunakan sebesar 6.285 meter persegi dan mendapatkan keuntungan maksimal tanpa melebihi batasan (fungsi kendala dan fungsi tujuan) dengan laba 3714,28 atau dalam rupiah yaitu Rp 3.714.280.000,- (Keuntungan $Z = 60(14,28) + 40(28,57) + 30(57,14) = 3.714,28$ (satuan ratusan juta rupiah) sehingga $3.714,28 \times 100.000 = 3.714.280.000$ (rupiah)).

Dikarenakan hasil dari iterasi metode simpleks menghasilkan solusi optimal yang masih berupa bilangan non-integer, maka solusi tersebut belum dapat diterapkan secara langsung pada permasalahan perumahan yang mengharuskan hasil dalam bentuk bilangan integer. Oleh karena itu, proses optimasi perlu dilanjutkan dengan metode *branch and bound*, yang dirancang khusus untuk memperoleh solusi integer yang sesuai dengan kebutuhan masalah.

3.4. Metode Penyelesaian *Branch and Bound*

Apabila nilai solusi yang diperoleh lebih besar dari batas atas, maka solusi tersebut bukan solusi layak, karena kendala yang ada akan melebihi persediaan yang ada. Selain itu, solusi dianggap non-optimal jika nilai solusi ideal lebih kecil dari batas bawah. Dengan membagi masalah saat ini menjadi masalah yang lebih kecil dan menerapkan batasan untuk variabel dengan nilai pecahan terbesar, metode *branch and bound* menghasilkan solusi integer. Kemudian, setiap percabangan masalah ditangani menggunakan metode simpleks untuk menentukan jawaban optimal. Submasalah 1 dengan batasan tambahan $x_1 \leq 14$ dan submasalah 2 dengan batasan tambahan $x_1 \geq 15$ adalah batasan baru yang berasal dari pemilihan variabel $x_1 = 14,28$ untuk percabangan. Sementara batas bawah adalah solusi dimana variabel pilihan telah dibulatkan ke bawah sebagai berikut: $x_1 = 14$, $x_2 = 28$, dan $x_3 = 57$, menghasilkan nilai keuntungan $Z = 3712,5$, solusi pada penyelesaian pertama diubah menjadi batas atas, dengan nilai keuntungan $Z = 3714,28$.

Submasalah 1

Memaksimalkan keuntungan : Persamaan 1

Kendala : Persamaan 2
 $x_1 \leq 14$

Sub Masalah 2

Memaksimalkan keuntungan : Persamaan 1

Kendala : Persamaan 2
 $x_1 \geq 15$

Untuk setiap sub masalah tersebut diselesaikan dengan metode simpleks untuk mencari nilai optimumnya. Dan diperoleh solusi dari setiap sub masalah seperti berikut.

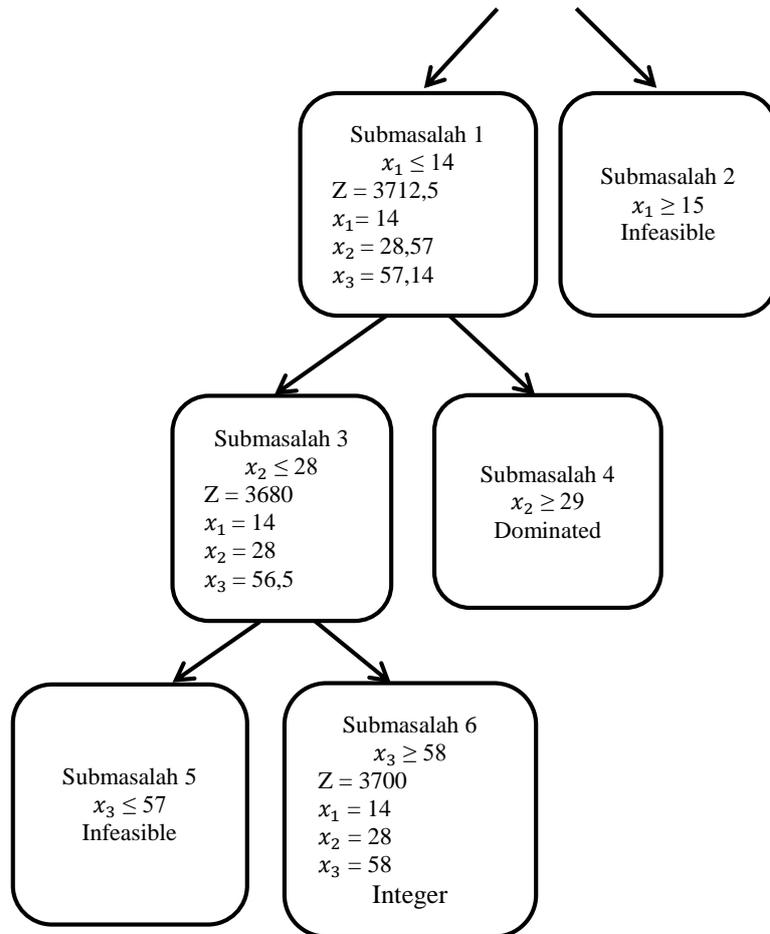
Solusi dari sub masalah 1 : $Z = 3712,5$

$$x_1 = 14, x_2 = 28,57, x_3 = 57,14$$

Solusi dari sub masalah 2 : infeasible

Iterasi terbaik kemudian dicapai dengan lebih lanjut membagi setiap cabang yang memiliki solusi yang dapat diterapkan. Karena solusi optimal terbaik telah ditemukan dan semua nilai dalam setiap variabel adalah bilangan bulat (integer), iterasi dalam hal ini berakhir pada iterasi 6. Menurut tujuannya untuk memaksimalkan keuntungan, fungsi tujuan dalam submasalah 6 adalah jawaban terbaik di antara semua hasil dari iterasi metode *branch and bound*. Untuk detail submasalah pada metode *branch and bound* dalam masalah ini ditampilkan dalam bentuk pohon percabangan *branch and bound* berikut:

Nilai Awal
 $Z = 3714,28$
 $x_1 = 14,28$
 $x_2 = 28,57$
 $x_3 = 57,14$



Gambar 1. Pohon percabangan metode *branch and bound*

Setelah melakukan iterasi sebanyak enam kali, maka diperoleh hasil optimal dari percabangan dengan metode *branch and bound*, yaitu:

$$x_1 = 14, x_2 = 28, x_3 = 58, \text{ dan } Z = 3700$$

sehingga dapat diketahui x_1 yang merupakan tipe rumah A (komersil) sebanyak 14 unit, x_2 tipe rumah B (subsidi I) sebanyak 28 unit, dan terakhir x_3 adalah rumah tipe C (subsidi II) sebanyak 58 unit. Keuntungan (laba) dari hasil perhitungan dengan metode *branch and bound* ini sedikit menurun dengan nilai integer 3700, jika dirupiahkan menjadi Rp 3.700.000.000,-.

3.5. Metode Penyelesaian dengan *Excel Solver*

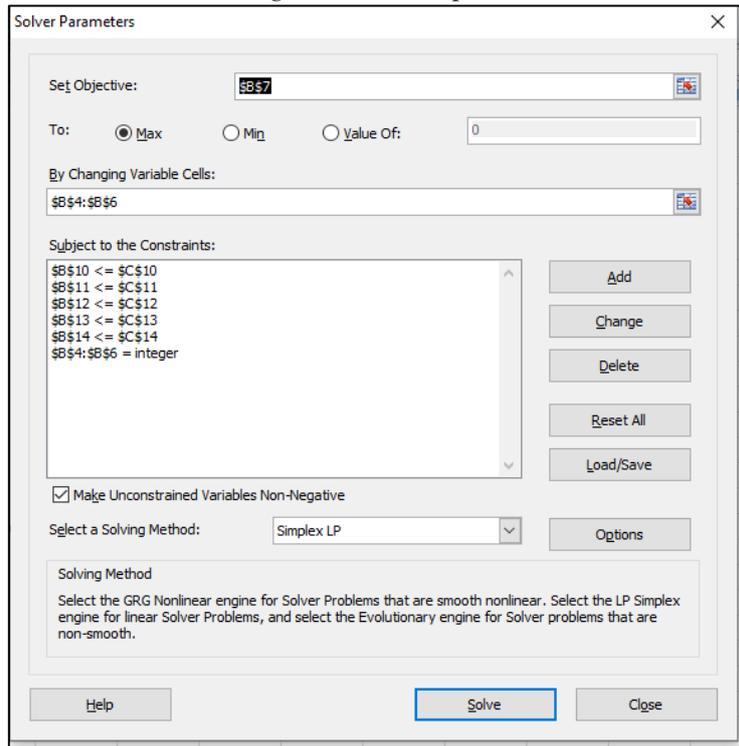
Untuk mengecek keakuratan dari hasil perhitungan dengan metode *branch and bound*, maka akan dilanjutkan dengan *solver* yang terdapat pada aplikasi *microsoft office excel*. Dengan batasan pada nilai sel formula lain di lembar kerja, fitur ini memungkinkan pengguna untuk menentukan nilai ideal (maksimum atau minimum) untuk sebuah formula di satu sel (sel target). Sebelum menjalankan *solver excel*, pastikan pengaturan *solver* telah diaktifkan. Langkah-langkah pengoperasian *solver excel* pada *Microsoft excel* sebagai berikut:

- Pertama, masukkan nilai fungsi tujuan dan fungsi kendala pada *cell-cell Ms. Excel*.

	A	B	C	D	E
1	SOLVER - SOLUSI TERPENUHI				
2					
3	Variabel	Nilai	Keterangan		
4	x1	14,285714			
5	x2	28,571429			
6	x3	57,142857			
7	Z	3714,28571			
8					
9	Kendala	Rumus Excel	Batas		
10	Kendala 1	6285,714285	8000		
11	Kendala 2	13685,71429	14000		
12	Kendala 3	100	100		
13	Kendala 4	-1E-06	0		
14	Kendala 5	1E-06	0		
15					

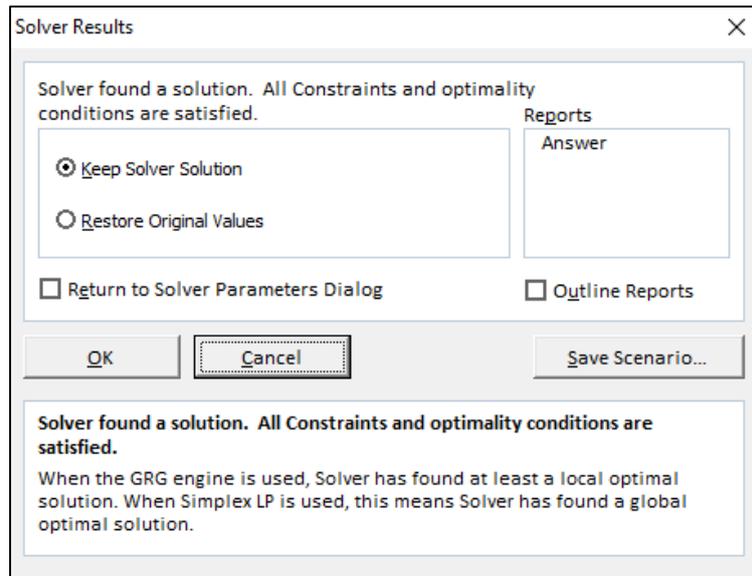
Gambar 2. Tabel input fungsi kendala dan fungsi tujuan

- Kedua, klik menu “Data: Solver”. Masukkan “Set Objective: B7”, “To: Max”, “By Changing: B4-B6”. Lanjut masukkan semua fungsi kendala pada “Subject to the Constraint” dengan cell B10-B14. Agar hasil dari x_1 , x_2 , x_3 , dan Z integer, tambahkan cell B4-B6 “int”. Pilih “Select a solving method: Simplex LP”. Klik “Solve”.



Gambar 3. Menu solver parameters

- Ketiga, akan ada menu *Solver Result* yang muncul klik “OK”



Gambar 4. Menu solver results

- Berikut hasil akhir pengecekan dari *Excel Solver* yang akurat:

	A	B	C	D	E
1	SOLVER - SOLUSI TERPENUHI				
2					
3	Variabel	Nilai	Keterangan		
4	x1	14			
5	x2	28			
6	x3	58			
7	Z	3700			
8					
9	Kendala	Rumus Excel	Batas		
10	Kendala 1	6280	8000		
11	Kendala 2	13684	14000		
12	Kendala 3	100	100		
13	Kendala 4	0	0		
14	Kendala 5	-2	0		
15					

Gambar 5. Hasil pengecekan *solver excel*

Disini kita mendapatkan hasil operasi dengan metode *branch and bound* yang menghasilkan bilangan integer kemudian dicek kembali dengan menjalankan teknologi *solver excel* telah sesuai. Hasil dari *solver* ini menunjukkan nilai $x_1 = 14$ (unit), $x_2 = 28$ (unit), $x_3 = 58$ (unit), dan Z (laba/keuntungan) sebesar 3700 (atau 3.700.000 jika dirupiahkan).

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan optimasi pembangunan hunian Fortuna Residence, diperoleh bahwa tipe rumah yang paling optimal terdiri atas 14 unit rumah komersil, 28 unit rumah subsidi I, dan 58 unit rumah subsidi II. Komposisi ini menghabiskan dana sebesar Rp13.684.000.000, memanfaatkan total luas lahan bangunan 6.280 m², dan direncanakan selesai dalam waktu 100 minggu, dengan total keuntungan maksimal mencapai Rp3.700.000.000. Seluruh solusi yang diperoleh bersifat integer dan feasible karena penyelesaian dilakukan menggunakan metode *branch and bound* yang memastikan nilai variabel tidak pecahan. Optimasi ini menjadi lebih efisien dan akurat berkat kombinasi metode simpleks untuk solusi relaksasi awal, dilanjutkan dengan *branch and bound* untuk

penyempurnaan solusi integer, serta validasi akhir menggunakan *Excel Solver*, sehingga menghasilkan solusi akhir yang optimal dan implementatif dalam konteks perencanaan proyek perumahan.

Penelitian ini masih terbatas pada skala proyek perumahan kecil dengan jumlah tipe rumah yang terbatas. Oleh karena itu, disarankan agar penelitian selanjutnya dapat dikembangkan untuk proyek perumahan yang lebih besar dengan melibatkan lebih banyak variasi tipe rumah, sehingga model optimasi yang dihasilkan menjadi lebih kompleks dan mendekati kondisi nyata di lapangan.

DAFTAR PUSTAKA

- Alfian, A. (2019). *Model Integer Programming untuk Mengoptimalkan Perencanaan Produksi Di UKM "X"*. Jurnal Ilmiah Teknik Industri, 7(2), 99-107.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2021). *Introduction to Operations Research* (11th ed.). New York, NY: McGraw-Hill Education.
- Microsoft Corporation. (n.d.). *Define and solve a problem by using Solver*. Microsoft Support.
- Purba, S. D., & Ahyaningsih, F. (2020). *Integer Programming dengan Metode Branch and Bound dalam Optimasi Jumlah Produksi Setiap Jenis Roti pada PT. Arma Anugerah Abadi*. Karismatika: Jurnal Matematika & IPA, 6(3), 20–29.
- Putri Andini, Q., & Husein, I. (2024). *Optimization of Dimsum Production Profits Using the Branch and Bound Method*. Sinkron: Jurnal Komputer dan Matematika
- Rahmadani, Uci dan Hendra Cipta. (2023). *Optimasi Keuntungan Pada Penjualan Kopi Dengan Metode Branch And Bound*. Universitas Islam Negeri Sumatera Utara.
- Siswanto. (2007). *Operations Research Jilid I*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Taha, H. A. (2017). *Operations Research: An Introduction* (10th ed.). Pearson Education.
- Wahyudin Nur and Nurul M Abdal (2016). *Penggunaan Metode Branch and Bound dan Gomory Cut dalam Menentukan Solusi Integer Linear Programming*. Jurnal Saintifik, Vol.II, No. 1: 9-15.