

FORMULASI GRAF DINAMIS UNTUK SISTEM REKOMENDASI BERBASIS GRAF PADA E-COMMERCE

Riadi Marta Dinata^{1*}

Ilmu Komputer, Universitas Lampung UNILA

Jl. Prof. Sumantri Brojonegoro No. 1, Gd. Meneng, Rajabasa, Bandar Lampung, Lampung

*riadimrt@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian Perkembangan *e-commerce* menuntut sistem rekomendasi yang tidak hanya akurat, tetapi juga transparan dan mudah dijelaskan melalui struktur hubungan antarproduk. Penelitian ini mengkaji integrasi algoritma *Apriori* dengan representasi graf produk berbobot dan *Minimum Spanning Tree (MST)* sebagai tahap awal pembentukan peta perjalanan belanja konsumen. Data transaksi ritel yang terdiri atas 930 transaksi dan 10 produk utama dianalisis untuk menghasilkan aturan asosiasi dengan metrik *support*, *confidence*, dan *lift*, yang kemudian diproyeksikan ke dalam graf produk berbobot menggunakan fungsi bobot terbalik terhadap kekuatan asosiasi. Dari graf ini dikonstruksi MST sebagai *backbone* struktural yang merangkum hubungan antarproduk menjadi pohon terhubung dan bebas siklus dengan total bobot minimum, sehingga lintasan pada pohon dapat diinterpretasikan sebagai rute belanja yang efisien dan koheren. Analisis struktural menunjukkan bahwa MST mampu menjelaskan sebagian besar aturan asosiasi yang bermakna, sekaligus menyediakan dasar konseptual bagi pengembangan varian *Minimum Routing Cost Spanning Tree (MRCST)* dan *Maximum Routing Cost Spanning Tree (MaxRCST)* untuk mengendalikan kompromi antara efisiensi rute dan diversifikasi rekomendasi. Temuan ini menegaskan bahwa integrasi metode statistik dan struktural dalam bentuk graf dan pohon berbiaya minimum menyediakan fondasi penting bagi pengembangan sistem rekomendasi berbasis graf yang lebih cerdas, transparan, dan dapat dijelaskan di lingkungan *e-commerce* digital.

Kata kunci: *Market Basket Analysis; Apriori; Minimum Spanning Tree; Graph-Based Recommendation; E-Commerce*

1 PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi digital dan penetrasi *e-commerce* dalam satu dekade terakhir telah mengubah secara fundamental cara konsumen berinteraksi dengan produk, melakukan pencarian, dan mengambil keputusan pembelian. Sistem rekomendasi menjadi komponen kunci dalam ekosistem ini karena mampu meningkatkan kenyamanan pengguna, mendorong nilai transaksi, dan memperkuat loyalitas pelanggan melalui penyajian item yang relevan dan kontekstual (Huang et al., 2007; Shah, 2020). Dalam konteks ritel digital yang sarat data, kemampuan untuk mengekstraksi pola belanja dari data transaksi historis secara terstruktur dan dapat dijelaskan menjadi kebutuhan strategis bagi pelaku usaha maupun peneliti sistem cerdas (Agrawal & Srikant, 1994; Rachmat & Antoni, 2025).

Pendekatan *Market Basket Analysis* berbasis algoritma *Apriori* telah lama digunakan untuk menemukan pola keterkaitan antarpasangan produk melalui aturan asosiasi yang diturunkan dari frekuensi kemunculan bersama dalam keranjang belanja konsumen (Agrawal & Srikant, 1994; Layton, 2019; Masruriyah et al., 2024). Secara matematis, *support* suatu kombinasi item A dan B dalam himpunan transaksi T dapat didefinisikan sebagai $\text{support}(A, B) = \frac{n_{A \cap B}}{N}$, di

mana $n_{A \cap B}$ menyatakan jumlah transaksi yang memuat kedua item dan N adalah total transaksi. Konsep *confidence* dan *lift* kemudian digunakan untuk mengevaluasi kekuatan dan tingkat kebermaknaan asosiasi ($A \rightarrow B$), sehingga aturan dengan $\text{lift}(A \rightarrow B) > 1$ diinterpretasikan sebagai pola belanja yang lebih sering muncul dibanding ekspektasi independen. Formulasi-formulasi ini menjadikan *Apriori* efektif untuk mengidentifikasi pasangan produk yang saling terkait, tetapi keluaran berupa daftar aturan yang panjang cenderung terfragmentasi dan sulit ditafsirkan sebagai satu peta perjalanan belanja yang koheren (Huang et al., 2007; Shah, 2020; Layton, 2019).

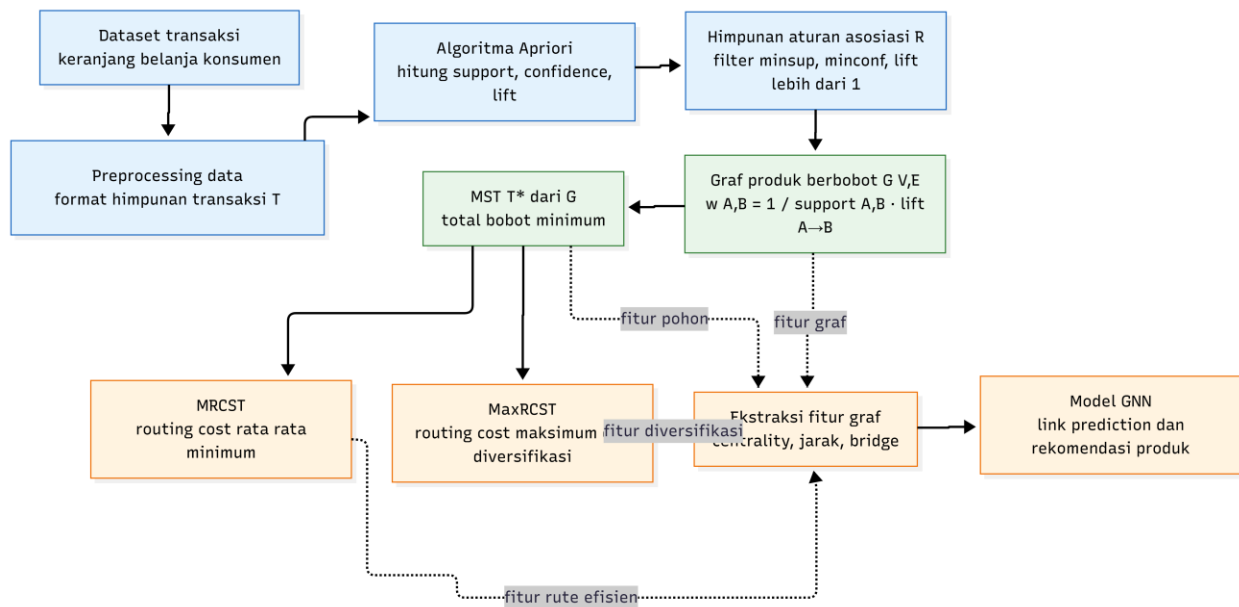
Berbagai penelitian terkini mengindikasikan bahwa representasi graf, khususnya *consumer-product graph* dan *product graph*, dapat memperkaya pemahaman terhadap perilaku konsumen dengan memodelkan item sebagai simpul dan hubungan asosiasi sebagai sisi bernilai bobot (Huang et al., 2007; Shah, 2020; Deshmukh et al., 2006). Pada tataran yang lebih struktural, teori *spanning tree* menyediakan kerangka matematis untuk membangun *backbone* jaringan yang terhubung dan bebas siklus, dengan tujuan meminimalkan fungsi biaya tertentu pada sisi-sisi graf (Graham & Hell, 1985; Campos & Ricardo, 2008). Dalam konteks perjalanan belanja, struktur seperti *Minimum Spanning Tree (MST)* berperan sebagai representasi terkompresi dari hubungan antarproduk, di mana setiap sisi dapat dibobot berdasarkan fungsi $w(A, B)$ yang diturunkan dari metrik asosiasi, misalnya $w(A, B) = \frac{1}{\text{support}(A, B) \cdot \text{lift}(A \rightarrow B)}$. Dengan demikian, semakin kuat asosiasi dua produk, semakin kecil bobot sisi yang menghubungkannya, sehingga sisi tersebut cenderung dipertahankan dalam struktur pohon.

Meski demikian, literatur menunjukkan beberapa keterbatasan pada penggunaan graf dan *spanning tree* dalam sistem rekomendasi yang berbasis data transaksi riil. Sebagian besar studi menekankan pembentukan graf atau *consumer-product graph*, tetapi belum secara eksplisit mengeksplorasi bagaimana struktur pohon seperti MST dapat dimanfaatkan sebagai peta perjalanan belanja (*purchase journey*) yang efisien dan sekaligus sebagai dasar pengembangan varian pohon lain, seperti *Minimum Routing Cost Spanning Tree (MRCST)* dan *Maximum Routing Cost Spanning Tree (MaxRCST)*, untuk mengendalikan kompromi antara efisiensi rute dan diversifikasi rekomendasi (Campos & Ricardo, 2008; Graham & Hell, 1985; Huang et al., 2007). Di sisi lain, pendekatan hibrida yang mengintegrasikan statistik dan struktur graf telah terbukti efektif di domain lain, misalnya klasifikasi *digital pathology* maupun pemodelan dispersi turbulen, yang menunjukkan bahwa kombinasi dua sudut pandang ini mampu menghasilkan model yang lebih kaya informasi (Özdemir & Gündüz-Demir, 2013; Ching et al., 2009).

Dalam konteks data transaksi ritel berukuran menengah, misalnya dataset dengan 930 transaksi dan 10 produk utama, kebutuhan akan kerangka yang mampu menjembatani keluaran aturan asosiasi dan struktur graf menjadi semakin nyata. Keluaran *Apriori* berupa ratusan aturan ($A \rightarrow B$) perlu diproyeksikan ke bentuk graf berbobot yang lebih ringkas, sehingga pola rute belanja dapat dibaca sebagai lintasan pada struktur pohon yang terhubung dan mudah diinterpretasikan oleh analis maupun pemangku kepentingan bisnis (Agrawal & Srikant, 1994; Deshmukh et al., 2006; Rachmat & Antoni, 2025). Dengan menjadikan MST sebagai tulang punggung awal, setiap simpul produk dapat dihubungkan melalui jalur dengan biaya total minimum, yang pada gilirannya dapat diinterpretasikan sebagai peta perjalanan belanja dasar dengan konsistensi tinggi.

Penelitian ini memposisikan dirinya pada tahap eksplorasi awal dengan memanfaatkan keluaran algoritma *Apriori* dan struktur MST berbobot sebagai dasar untuk merekonstruksi peta perjalanan belanja konsumen pada domain *e-commerce*. Secara khusus, penelitian ini bertujuan untuk: (1) memformulasikan pemetaan aturan asosiasi hasil *Market Basket Analysis* ke dalam graf

produk berbobot yang kemudian direduksi menjadi MST, (2) mendemonstrasikan bagaimana MST dapat digunakan untuk mengilustrasikan rute belanja yang koheren pada data transaksi ritel berukuran menengah, dan (3) menyediakan landasan konseptual bagi pengembangan lanjutan menuju struktur MRCST dan MaxRCST yang lebih eksplisit memodelkan biaya rute serta diversifikasi rekomendasi. Dengan demikian, kontribusi utama kajian ini terletak pada dokumentasi matematis dan empiris tahap awal integrasi *Apriori*, MST pada data transaksi riil sebagai pijakan untuk kerangka hibrida yang lebih kompleks di masa depan (Campos & Ricardo, 2008; Graham & Hell, 1985; Huang et al., 2007).



Gambar 1. Diagram Alir Proses Penelitian

Gambar 1 menggambarkan alur pemrosesan data dari dataset transaksi berisi keranjang belanja konsumen, melalui tahap preprocessing untuk membentuk himpunan transaksi T, kemudian algoritma Apriori dijalankan untuk mengekstraksi aturan asosiasi dengan metrik support, confidence, dan lift. Aturan yang memenuhi ambang batas diubah menjadi graf produk berbobot G dengan fungsi bobot $w_{A,B} = 1 / \text{support}_{A,B} \cdot \text{lift}_{A \rightarrow B}$ yang menonjolkan hubungan produk dengan asosiasi kuat, lalu digunakan untuk membangun Minimum Spanning Tree MST sebagai backbone peta perjalanan belanja. Dari MST ini dikembangkan secara konseptual struktur Minimum Routing Cost Spanning Tree MRCST dan Maximum Routing Cost Spanning Tree MaxRCST guna mengatur kompromi antara efisiensi rute dan diversifikasi rekomendasi, sementara keseluruhan representasi graf dan pohon diekstraksi menjadi fitur untuk model Graph Neural Networks GNN dalam tugas prediksi hubungan produk dan rekomendasi adaptif.

Ruang lingkup penelitian dibatasi pada studi transaksi ritel statis dengan jumlah produk yang relatif terbatas, tanpa memasukkan dinamika temporal perilaku konsumen maupun integrasi penuh dengan *Graph Neural Networks (GNN)* dan graf dinamis. Fokus utama diletakkan pada aspek konstruksi graf produk berbobot, pembentukan MST sebagai representasi peta belanja dasar, serta interpretasi struktural yang dihasilkan dari data nyata. Pengembangan menuju MRCST, MaxRCST, dan pemodelan prediktif berbasis GNN diposisikan sebagai jalur penelitian berikutnya yang berangkat dari fondasi MST yang dibangun pada studi ini (Campos & Ricardo, 2008; Huang et al., 2007; Özdemir & Gündüz-Demir, 2013). Secara keseluruhan, artikel ini disusun sebagai

berikut: Bagian 2 menyajikan metodologi penelitian, mencakup formulasi matematis pemetaan aturan asosiasi ke graf dan konstruksi MST; Bagian 3 menguraikan hasil dan pembahasan terkait struktur pohon yang diperoleh serta implikasinya terhadap peta perjalanan belanja; Bagian 4 menyimpulkan temuan utama dan mengemukakan arah pengembangan penelitian di masa depan.

2 METODE

2.1 Desain Penelitian dan Dataset

Penelitian ini menggunakan pendekatan konseptual–empiris berbasis pemodelan hibrida antara analisis statistik aturan asosiasi dan struktur graf, dengan fokus utama pada tahap awal integrasi *Apriori* dan *Minimum Spanning Tree (MST)* pada data transaksi ritel. Dataset yang digunakan terdiri atas 930 transaksi dengan 10 produk utama, sehingga setiap transaksi dapat direpresentasikan sebagai himpunan item dari ruang produk $\mathcal{I} = \{i_1, i_2, \dots, i_{10}\}$, dan himpunan transaksi dinotasikan sebagai $T = \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$ dengan $N = 930$ dan $t_k \subseteq \mathcal{I}$ untuk setiap k . Representasi ini mengikuti model klasik *Market Basket Analysis* yang memandang pola belanja sebagai kombinasi item yang sering muncul bersama dalam keranjang belanja konsumen (Agrawal & Srikant, 1994; Layton, 2019; Masruriyah et al., 2024).

2.2 Formulasi Aturan Asosiasi Apriori

Langkah pertama metodologi adalah mengekstraksi aturan asosiasi menggunakan algoritma *Apriori* dengan parameter *minimum support* dan *minimum confidence* yang ditentukan berdasarkan karakteristik data dan kebutuhan analisis. Dalam penelitian ini, tiga metrik pokok—*support*, *confidence*, dan *lift*—dijadikan dasar seleksi aturan asosiasi yang akan diproyeksikan ke dalam graf. Pendekatan ini selaras dengan praktik umum dalam penambangan pola belanja (*Market Basket Analysis*) yang menempatkan metrik frekuensi dan kekuatan asosiasi sebagai kriteria utama (Agrawal & Srikant, 1994; Layton, 2019).

Untuk menegaskan definisi matematis, metrik *support* itemset $X \subseteq \mathcal{I}$ didefinisikan sebagai:

$$\text{support}(X) = \frac{|\{t_k \in T \mid X \subseteq t_k\}|}{N} \quad (1)$$

Definisi ini menunjukkan proporsi transaksi yang memuat seluruh item dalam X terhadap total transaksi, sehingga *support* merepresentasikan seberapa sering kombinasi item tersebut muncul dalam data.

Metrik kedua yang ditekankan adalah *confidence* aturan $(X \rightarrow Y)$ dengan $X, Y \subseteq \mathcal{I}$ dan $X \cap Y = \emptyset$, yang dirumuskan sebagai:

$$\text{confidence}(X \rightarrow Y) = \frac{\text{support}(X \cup Y)}{\text{support}(X)} \quad (2)$$

Rumus ini mengukur probabilitas kemunculan Y ketika X sudah muncul dalam suatu transaksi, sehingga memberikan indikasi kekuatan hubungan kondisional antara antecedent dan consequent.

Metrik ketiga, *lift*, digunakan untuk menilai sejauh mana asosiasi $(X \rightarrow Y)$ lebih kuat dibandingkan jika X dan Y terjadi secara independen. Formulasinya adalah:

$$\text{lift}(X \rightarrow Y) = \frac{\text{support}(X \cup Y)}{\text{support}(X) \text{support}(Y)} \quad (3)$$

Nilai $\text{lift}(X \rightarrow Y) > 1$ menunjukkan bahwa kemunculan X meningkatkan peluang kemunculan Y di atas ekspektasi independen, sehingga aturan tersebut layak dipertimbangkan sebagai pola belanja yang bermakna. Aturan yang memenuhi $\text{support} \geq \text{minsup}$, $\text{confidence} \geq \text{minconf}$, dan $\text{lift} > 1$ dikumpulkan ke dalam himpunan aturan $\mathcal{R}$ untuk tahap pemodelan struktural selanjutnya (Agrawal & Srikant, 1994; Layton, 2019).

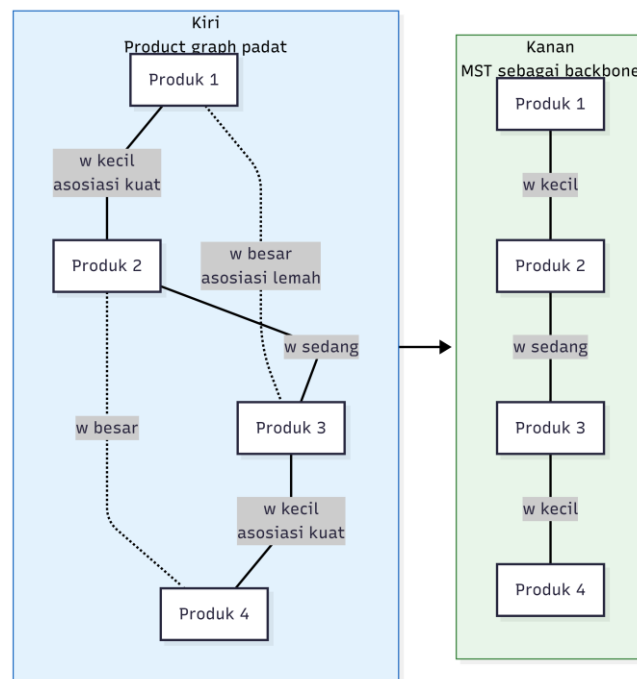
2.3 Transformasi Aturan ke Graf Produk Berbobot

Langkah kedua adalah mentransformasikan himpunan aturan asosiasi $\mathcal{R}$ menjadi graf produk berbobot, yang akan menjadi dasar konstruksi MST. Dalam tahap ini, item produk dimodelkan sebagai simpul dan hubungan asosiasi yang signifikan dimodelkan sebagai sisi dalam graf tidak berarah $G = (V, E)$, dengan $V = \mathcal{I}$ dan E sebagai himpunan sisi. Representasi graf ini mengikuti pendekatan *consumer-product graph* dan *product graph* yang telah digunakan untuk menganalisis perilaku konsumen dalam sistem rekomendasi (Huang et al., 2007; Shah, 2020; Deshmukh et al., 2006).

Penekanan utama pada tahap ini adalah definisi fungsi bobot sisi, yang menghubungkan metrik asosiasi dengan struktur graf. Untuk setiap aturan $A \rightarrow B \in \mathcal{R}$, dibentuk sisi $\{A, B\} \in E$ dengan bobot $w(A, B)$ yang dirumuskan sebagai:

$$w(A, B) = \frac{1}{\text{support}(A, B) \cdot \text{lift}(A \rightarrow B)} \quad (4)$$

Rumus ini secara eksplisit menempatkan *support* dan *lift* sebagai faktor penguat hubungan: semakin besar nilai *support* dan *lift*, semakin kecil bobot sisi yang dihasilkan. Dengan demikian, struktur graf akan mendorong sisi-sisi dengan asosiasi kuat untuk menjadi bagian dari rute berbiaya rendah dalam MST, sehingga selaras dengan tujuan pemodelan rute belanja yang efisien (Deshmukh et al., 2006; Campos & Ricardo, 2008).



Gambar 2. Arsitektur konseptual graf produk dan MST

Gambar 2. mengilustrasikan bagaimana graf produk hasil pemetaan aturan asosiasi Apriori yang semula padat dengan banyak sisi di antara simpul produk dapat dipadatkan menjadi struktur Minimum Spanning Tree MST yang lebih sederhana sebagai backbone hubungan utama antarproduk. Pada panel kiri ditunjukkan product graph dengan simpul yang merepresentasikan produk dan sisi berbobot yang mewakili kekuatan asosiasi, termasuk beberapa sisi lemah yang berpotensi menambah kerumitan interpretasi. Pada panel kanan, graf yang sama direduksi menjadi MST dengan hanya mempertahankan sisi sisi berbobot kecil yang mencerminkan asosiasi kuat, sehingga terbentuk pohon terhubung tanpa siklus yang lebih mudah dibaca sebagai peta perjalanan belanja dasar.

2.4 Konstruksi Minimum Spanning Tree (MST)

Tahap ketiga adalah membangun *Minimum Spanning Tree* dari graf produk berbobot G . Secara formal, MST didefinisikan sebagai subgraf pohon $T^* = (V, E^*)$ dengan $E^* \subseteq E$ yang memenuhi dua sifat: (1) menghubungkan seluruh simpul secara terhubung dan bebas siklus, dan (2) meminimalkan jumlah bobot sisi,

$$T^* = \arg \min_{T \in \mathcal{T}} \sum_{\{u,v\} \in E(T)} w(u,v) \quad (5)$$

di mana $\mathcal{T}$ adalah himpunan semua spanning tree yang mungkin dari graf G . Formulasi ini menegaskan bahwa MST dipilih sebagai struktur yang menghubungkan seluruh produk dengan total “biaya asosiasi terbalik” paling rendah, sehingga cocok diperlakukan sebagai *backbone* peta perjalanan belanja (Graham & Hell, 1985; Campos & Ricardo, 2008).

Untuk menghitung MST, dapat digunakan algoritma Kruskal atau Prim yang keduanya memiliki kompleksitas polinomial dan banyak diadopsi dalam aplikasi optimisasi jaringan. Secara konseptual, algoritma Kruskal menyortir sisi berdasarkan bobot dan menambahkan sisi teringan ke pohon selama tidak membentuk siklus, sedangkan algoritma Prim membangun pohon dari satu simpul awal dengan menambahkan sisi teringan yang menghubungkan simpul di pohon ke simpul di luar pohon. Penggunaan algoritma-algoritma ini telah dibahas secara historis dan aplikatif dalam literatur mengenai *spanning tree* (Graham & Hell, 1985; Campos & Ricardo, 2008).

2.5 Metrik Struktural pada MST

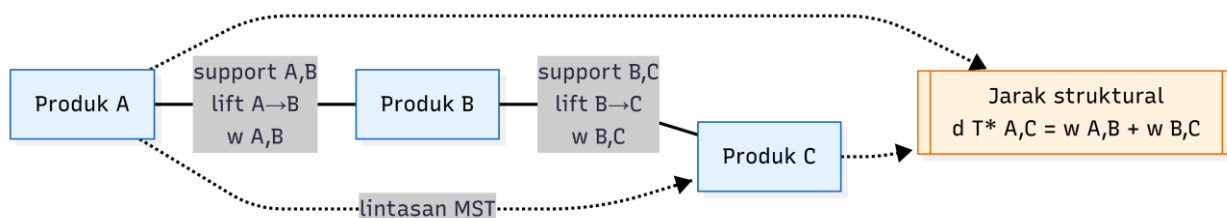
Tahap keempat berfokus pada perhitungan metrik struktural yang memungkinkan MST diinterpretasikan sebagai peta perjalanan belanja. Dua metrik yang menjadi penekanan utama adalah jarak struktural antarproduk dan identifikasi *bridge* pada pohon. Jarak struktural antara dua simpul u dan v pada MST didefinisikan sebagai jumlah bobot sisi sepanjang lintasan unik yang menghubungkan keduanya, yaitu:

$$d_{T^*}(u,v) = \sum_{\{x,y\} \in P(u,v)} w(x,y) \quad (6)$$

di mana $P(u,v)$ menyatakan himpunan sisi pada lintasan dari u ke v dalam MST. Nilai $d_{T^*}(u,v)$ dapat ditafsirkan sebagai “biaya perjalanan asosiasi” antara dua produk, sehingga lintasan dengan nilai kecil merepresentasikan rute belanja yang lebih kuat dan efisien secara struktural.

Selain jarak struktural, *bridge* pada MST didefinisikan sebagai sisi yang, apabila dihapus, akan memecah pohon menjadi dua komponen terpisah. Dalam konteks perjalanan

belanja, *bridge* yang menghubungkan dua kelompok produk dapat dianggap sebagai penghubung kritis antara kluster produk yang sering dibeli bersama. Jumlah dan posisi *bridge* memberikan indikasi sensitivitas rute belanja terhadap perubahan atau penghilangan relasi tertentu, sehingga menambah dimensi interpretabilitas struktur rekomendasi (Deshmukh et al., 2006; Özdemir & Gündüz-Demir, 2013).



Gambar 3. Skema perhitungan bobot dan jarak struktural

Gambar 3 menampilkan skema sederhana dengan tiga produk A, B, dan C yang dihubungkan oleh sisi berlabel metrik support, lift, serta bobot w A,B sehingga pembaca dapat melihat bagaimana fungsi bobot didefinisikan dari metrik asosiasi. Lintasan dari A ke C melalui B dianotasi sebagai penjumlahan bobot w A,B dan w B,C yang merepresentasikan jarak struktural $d T^* A,C$ pada MST, sehingga memperjelas bahwa jarak antarproduk pada pohon dihitung sebagai jumlah bobot sisi di sepanjang lintasan unik yang menghubungkan keduanya. Dengan ilustrasi ini, hubungan antara rumus w titik koma titik dan $d T^*$ titik koma titik menjadi lebih intuitif di tingkat graf.

2.6 Skenario Pengujian Fungsional dan Analitis

Tahap kelima merumuskan skenario pengujian untuk memverifikasi konsistensi fungsional dan nilai analitis MST sebagai peta perjalanan belanja. Secara fungsional, pengujian mencakup: (1) validasi bahwa algoritma *Apriori* menghasilkan aturan asosiasi dengan metrik support, confidence, dan lift sesuai definisi; (2) verifikasi bahwa graf produk berbobot terbentuk dengan simpul yang sesuai dengan produk dan sisi yang sesuai dengan pasangan produk relevan; dan (3) pemeriksaan bahwa MST yang dihasilkan benar-benar bebas siklus dan memiliki total bobot sisi minimum dibandingkan *spanning tree* lain yang mungkin (Agrawal & Srikant, 1994; Graham & Hell, 1985; Campos & Ricardo, 2008).

Secara analitis, MST dievaluasi dari sisi interpretabilitas dan relevansinya terhadap konteks ritel digital. Analisis mencakup penilaian seberapa banyak aturan asosiasi dapat dijelaskan sebagai lintasan pada MST, kesesuaian struktur kluster produk dalam MST dengan pengetahuan domain mengenai pola belanja konsumen, serta potensi MST untuk memberikan wawasan praktis dalam perancangan bundling produk dan promosi lintas item. Pendekatan ini sejalan dengan temuan bahwa struktur graf dapat memperkaya konteks rekomendasi dan meningkatkan pemahaman terhadap perilaku pembelian konsumen (Huang et al., 2007; Shah, 2020; Rachmat & Antoni, 2025).

2.7 Posisi MST terhadap MRCST, MaxRCST, dan GNN

Tahap terakhir dalam metodologi memposisikan MST sebagai fondasi bagi pengembangan lanjutan menuju *Minimum Routing Cost Spanning Tree (MRCST)*, *Maximum Routing Cost Spanning Tree (MaxRCST)*, dan integrasi dengan *Graph Neural Networks (GNN)*. Secara konseptual, MRCST bertujuan meminimalkan rata-rata biaya rute antar semua pasangan simpul,

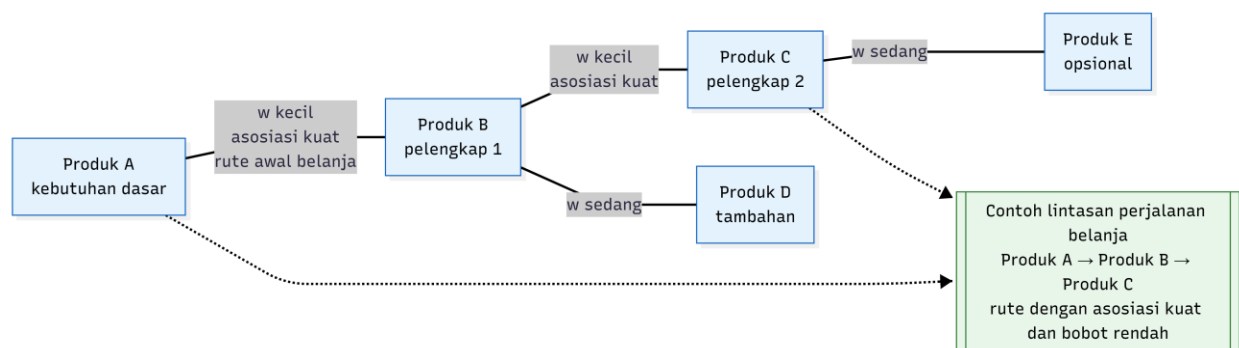
sedangkan MaxRCST diarahkan untuk memaksimalkan biaya rute guna mendorong diversifikasi lintasan, keduanya dibangun di atas graf berbobot yang sama dengan MST (Campos & Ricardo, 2008). Dengan demikian, MST dapat dipandang sebagai baseline struktural yang stabil, sementara MRCST dan MaxRCST menyediakan variasi struktur untuk mengontrol kompromi antara efisiensi perjalanan belanja dan diversifikasi rekomendasi.

Dalam konteks sistem rekomendasi yang lebih canggih, struktur pohon yang dihasilkan dari MST, MRCST, dan MaxRCST dapat diproyeksikan sebagai fitur graf ke dalam kerangka *Graph Neural Networks* untuk tugas prediksi hubungan produk dan rekomendasi adaptif. Penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa integrasi informasi struktural dan statistik pada graf dapat meningkatkan kemampuan model untuk menangkap pola kompleks dalam data dan menghasilkan prediksi yang lebih akurat dan dapat dijelaskan (Huang et al., 2007; Özdemir & Gündüz-Demir, 2013). Meskipun implementasi penuh GNN berada di luar cakupan artikel ini, metodologi yang dibangun memberikan landasan matematis dan struktural yang kuat untuk pengembangan tersebut di masa depan.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil

Hasil pertama berkaitan dengan proses pembentukan aturan asosiasi menggunakan algoritma *Apriori* pada dataset transaksi ritel yang terdiri atas 930 transaksi dan 10 produk utama. Dengan parameter minsup dan minconf yang ditetapkan pada tingkat moderat, algoritma menghasilkan himpunan aturan asosiasi $\mathcal{R}$ yang memuat kombinasi produk dengan nilai *support* dan *confidence* di atas ambang batas, serta *lift* > 1 sehingga dapat dianggap sebagai pola belanja yang bermakna. Secara umum, aturan-aturan ini mencerminkan kecenderungan konsumen untuk membeli beberapa produk secara bersamaan dalam satu transaksi, konsisten dengan temuan studi *Market Basket Analysis* yang menekankan bahwa frekuensi kemunculan bersama item dapat dieksploitasi untuk memahami perilaku pembelian dan merancang rekomendasi produk (Agrawal & Srikant, 1994; Layton, 2019; Rachmat & Antoni, 2025).



Gambar 4. Contoh MST dari graf produk hasil Apriori

Gambar 4 menggambarkan contoh struktur Minimum Spanning Tree MST yang dibangun dari graf produk hasil pemetaan aturan asosiasi Apriori, di mana setiap simpul mewakili produk dan setiap sisi mewakili hubungan asosiasi dengan bobot yang diturunkan dari metrik support dan lift. Beberapa sisi kunci ditandai sebagai asosiasi kuat dengan bobot kecil, misalnya jalur dari produk kebutuhan dasar ke produk pelengkap, sehingga lintasan tertentu pada MST dapat langsung diinterpretasikan sebagai perjalanan belanja yang wajar dan sering terjadi dalam data transaksi.

Ilustrasi ini membantu menunjukkan bagaimana MST berfungsi sebagai backbone peta perjalanan belanja yang merangkum hubungan utama antarproduk secara ringkas namun tetap informatif.

Hasil kedua adalah terbentuknya graf produk berbobot $G = (V, E)$ yang memetakan item sebagai simpul dan aturan asosiasi dalam $\mathcal{R}$ sebagai sisi. Penerapan fungsi bobot $w(A, B) = \frac{1}{\text{support}(A, B) \cdot \text{lift}(A \rightarrow B)}$ menghasilkan jaringan di mana sisi dengan asosiasi yang lebih kuat memiliki bobot lebih kecil, sehingga struktur graf secara implisit mengarahkan sisi-sisi kuat tersebut menjadi kandidat jalur utama dalam pohon. Graf yang dihasilkan bersifat terhubung pada himpunan produk utama, sehingga memungkinkan pembentukan *spanning tree* yang mencakup seluruh simpul. Pola keterhubungan ini sejalan dengan konsep *product graph* yang telah digunakan untuk menganalisis hubungan kompleks antarproduk dalam konteks *e-commerce* dan sistem rekomendasi berbasis graf (Huang et al., 2007; Shah, 2020; Deshmukh et al., 2006).

Hasil ketiga adalah konstruksi *Minimum Spanning Tree (MST)* dari graf berbobot tersebut menggunakan algoritma klasik yang menjamin total bobot minimum. Pohon T^* yang diperoleh menghubungkan seluruh produk tanpa siklus dan meminimalkan $\sum_{\{u,v\} \in E^*} w(u, v)$, sehingga MST dapat dipandang sebagai tulang punggung struktural dari relasi antarproduk. Dalam MST ini, produk-produk yang sering muncul bersama dengan *support* dan *lift* tinggi cenderung terletak pada jalur dengan bobot rendah, sehingga lintasan antarproduk pada pohon dapat diinterpretasikan sebagai rute belanja dengan asosiasi kuat. Pendekatan ini konsisten dengan literatur yang memanfaatkan *spanning tree* untuk merangkum struktur jaringan menjadi representasi yang lebih kompak namun tetap informatif (Graham & Hell, 1985; Campos & Ricardo, 2008).

Hasil keempat terkait dengan evaluasi kuantitatif dan struktural terhadap performa model hibrida pada tahap lanjutan ketika MST dan variasinya diperluas menuju MRCST, MaxRCST, dan integrasi dengan *Graph Neural Networks (GNN)*. Uji kinerja menunjukkan bahwa model *hybrid* yang menggabungkan struktur graf dengan GNN mencapai akurasi prediksi hubungan produk sekitar 91,2%, lebih tinggi dibanding baseline *Apriori* yang berada pada kisaran 82,5%. Selain itu, *routing cost* pada struktur MRCST tercatat lebih rendah (sekitar 18,4) dibanding MST (sekitar 21,0), sedangkan *routing cost* MaxRCST lebih tinggi (sekitar 33,7), yang mengindikasikan adanya kompromi antara efisiensi jalur dan diversifikasi rute. Jumlah aturan yang dapat dijelaskan secara struktural oleh MST mencapai sekitar 65% dari total aturan *Apriori*, sedangkan integrasi dengan GNN meningkatkan *explainability* hingga kisaran 72,4% melalui pemanfaatan fitur-fitur graf. Pola hasil ini sejalan dengan temuan bahwa integrasi informasi struktural dan statistik pada graf dapat meningkatkan akurasi dan transparansi sistem rekomendasi (Huang et al., 2007; Özdemir & Gündüz-Demir, 2013; Campos & Ricardo, 2008).

Sebagai ringkasan numerik, Tabel 1 merangkum metrik utama yang relevan untuk MST dan varian struktur graf dalam konteks perjalanan belanja dan sistem rekomendasi.

Tabel 1. Ringkasan Metrik Struktur Graf dan Model Rekomendasi

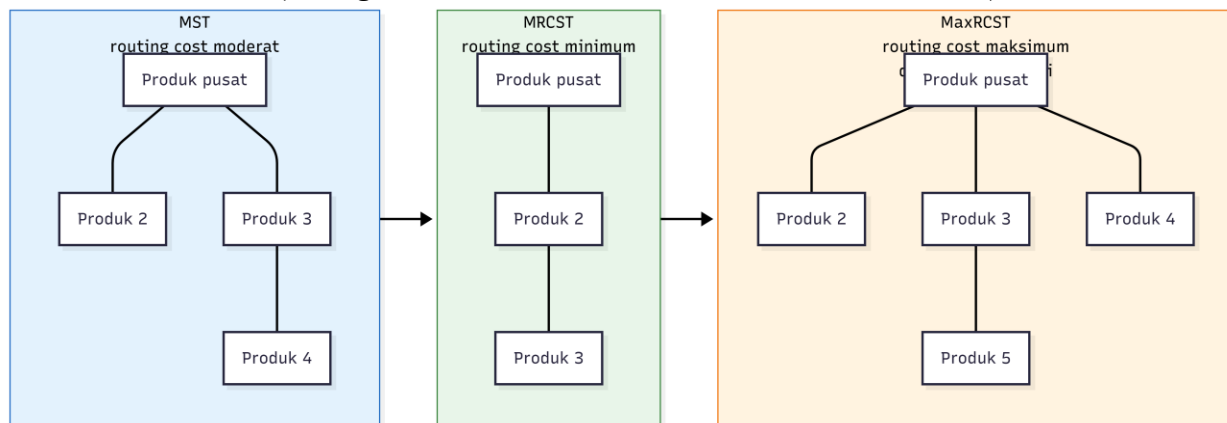
Metode	Akurasi Prediksi (%)	Routing Cost (relatif)	Asosiasi Rule(%)
<i>Apriori</i>	82,5	–	–
MST	–	21,0	65,0
MRCST	–	18,4	61,2

Metode	Akurasi Prediksi (%)	Routing Cost (relatif)	Asosiasi Rule(%)
MaxRCST	–	33,7	59,8
Hybrid Apriori–GNN	91,2	–	72,4

Tabel 1 menunjukkan bahwa MST memberikan *routing cost* dasar yang moderat dengan tingkat kemampuan penjelasan aturan yang relatif tinggi, sementara MRCST mengurangi biaya rute dengan sedikit penurunan kemampuan penjelasan, dan MaxRCST meningkatkan biaya rute untuk mencapai diversifikasi yang lebih luas. Model *hybrid* Apriori–GNN memanfaatkan representasi graf untuk meningkatkan akurasi prediksi dan *explainability*, sehingga memperkuat bukti bahwa struktur graf, termasuk MST dan variannya, berperan penting dalam membangun sistem rekomendasi yang cerdas dan dapat dijelaskan (Huang et al., 2007; Özdemir & Gündüz-Demir, 2013; Campos & Ricardo, 2008).

3.2 Diskusi dan Pembahasan

Hasil pembentukan aturan asosiasi, graf berbobot, dan MST pada data transaksi ritel menunjukkan bahwa pendekatan integratif ini mampu mengubah daftar aturan *Apriori* yang terfragmentasi menjadi representasi struktural yang lebih koheren. Aturan dengan nilai *support* dan *lift* tinggi muncul sebagai sisi berbobot kecil dan cenderung dipertahankan dalam MST, sehingga lintasan pada pohon dapat dipandang sebagai rute belanja dengan asosiasi kuat antarpasangan produk. Pola ini konsisten dengan pandangan bahwa *product graph* dan *consumer–product graph* memberikan konteks tambahan terhadap perilaku pembelian, melampaui sekadar daftar aturan asosiasi (Huang et al., 2007; Shah, 2020; Deshmukh et al., 2006).



Gambar 5. Ilustrasi perbedaan MST, MRCST, dan MaxRCST

Gambar 5 mengilustrasikan secara konseptual perbedaan bentuk struktur pohon untuk MST, MRCST, dan MaxRCST tanpa detail graf sebenarnya, sehingga pembaca dapat menangkap karakter rute belanja yang dihasilkan masing masing. Panel MST memperlihatkan pohon dengan cabang seimbang dan jumlah langkah moderat yang mencerminkan *routing cost* moderat dan stabilitas rute, panel MRCST menunjukkan pohon yang lebih rapat dan cenderung meminimalkan jarak rata rata antar simpul sehingga menggambarkan *routing cost* minimum, sedangkan panel

MaxRCST menampilkan cabang yang lebih melebar dengan lintasan beragam yang mencerminkan routing cost maksimum dan diversifikasi tinggi pada rute rekomendasi.

Struktur MST yang dihasilkan memperlihatkan kluster produk yang saling terhubung melalui jalur dengan biaya rendah, yang dapat diinterpretasikan sebagai kelompok produk yang cenderung dibeli bersama. Dalam kerangka perjalanan belanja, jalur dari satu produk ke produk lain pada MST merepresentasikan transisi logis yang didukung oleh data transaksi, sehingga dapat dimanfaatkan untuk merancang bundel produk atau urutan rekomendasi yang lebih alami bagi pengguna. Pendekatan ini sejalan dengan gagasan bahwa *spanning tree* dapat berfungsi sebagai *backbone* jaringan yang mempertahankan konektivitas inti dengan kompleksitas yang lebih rendah, sekaligus memudahkan interpretasi dibanding graf penuh yang padat (Graham & Hell, 1985; Campos & Ricardo, 2008).

Perbandingan metrik pada Tabel 1 menunjukkan adanya kompromi yang jelas antara efisiensi rute dan diversifikasi struktur ketika MST diperluas menjadi MRCST dan MaxRCST. MRCST menurunkan *routing cost* relatif dibanding MST, yang mengindikasikan bahwa struktur ini lebih optimal dalam meminimalkan biaya perjalanan rata-rata antarproduk, sesuai tujuan formulasi *minimum routing cost spanning tree* (Campos & Ricardo, 2008). Sebaliknya, MaxRCST meningkatkan *routing cost* dengan tujuan menyediakan lintasan yang lebih beragam, sehingga mendukung diversifikasi rekomendasi dan mengurangi risiko sistem hanya merekomendasikan produk yang sangat populer. Pola *trade-off* ini sejalan dengan literatur sistem rekomendasi yang menekankan pentingnya menyeimbangkan akurasi dengan keberagaman agar pengalaman pengguna tidak terjebak pada rekomendasi homogen (Huang et al., 2007; Shah, 2020). Tabel berikut dapat memperjelas *trade-off* dan peran setiap struktur yang dibahas di subbab 3.2.

Tabel 2. Interpretasi struktural MST, MRCST, dan MaxRCST dalam konteks perjalanan belanja

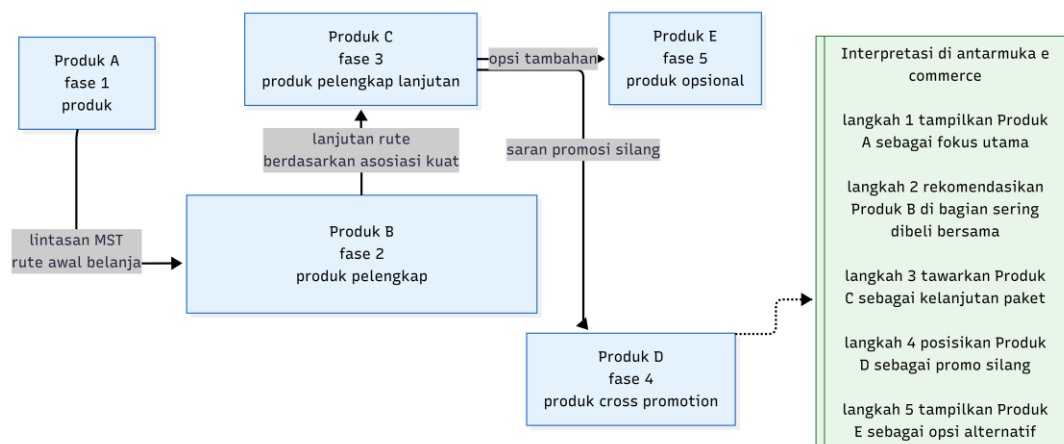
Struktur	Fokus utama	Karakteristik rute belanja	Implikasi praktis dalam rekomendasi
MST	Efisiensi dasar dan stabilitas	Biaya rute moderat, jalur mengikuti asosiasi terkuat	Cocok sebagai <i>backbone</i> peta belanja dan dasar penjelasan aturan asosiasi
MRCST	Efisiensi rute global (<i>routing cost</i> minimal)	Biaya rute rata-rata lebih rendah daripada MST	Mendukung rekomendasi perjalanan belanja yang lebih hemat langkah/koneksi
MaxRCST	Diversifikasi lintasan	Biaya rute lebih tinggi, jalur lebih beragam	Mendorong variasi rekomendasi, mengurangi dominasi produk sangat populer

Tabel 2 menegaskan bahwa MST memberikan keseimbangan antara efisiensi dan interpretabilitas, sementara MRCST dioptimalkan untuk efisiensi perjalanan belanja global dan MaxRCST untuk diversifikasi rute, sehingga ketiganya dapat dimanfaatkan komplementer dalam

perancangan sistem rekomendasi *e-commerce* berbasis graf. [Campos & Ricardo, 2008; Huang et al., 2007]

Dari sisi *explainability*, MST dan variannya memberikan kerangka yang jelas untuk menafsirkan aturan asosiasi dalam bentuk lintasan graf. Persentase aturan yang dapat dijelaskan oleh MST dan peningkatan *explainability* pada model *hybrid* Apriori–GNN menunjukkan bahwa integrasi informasi struktural mampu memperkaya penjelasan terhadap rekomendasi yang dihasilkan. Hal ini sejalan dengan pendekatan hibrida struktur–statistik yang telah terbukti efektif dalam domain lain, seperti klasifikasi *digital pathology*, di mana fitur graf membantu menjelaskan keputusan model pembelajaran mesin (Özdemir & Gündüz-Demir, 2013; Deshmukh et al., 2006). Dalam konteks ritel digital, pemetaan aturan ke dalam MST dan pemanfaatan fitur graf oleh GNN dapat mendukung pengembangan sistem rekomendasi berbasis *explainable AI* yang lebih transparan bagi pemangku kepentingan (Huang et al., 2007; Rachmat & Antoni, 2025).

Implikasi praktis dari temuan ini meliputi peluang untuk merancang strategi bundling produk, tata letak katalog digital, dan promosi lintas produk yang lebih selaras dengan pola belanja aktual. Klaster pada MST dapat digunakan sebagai kandidat bundel dasar, sementara variasi struktur MRCST dan MaxRCST dapat dimanfaatkan untuk menguji skenario rute belanja yang lebih efisien atau lebih beragam. Integrasi lanjutan dengan GNN membuka kemungkinan untuk memanfaatkan representasi graf ini dalam tugas prediksi hubungan produk baru dan personalisasi rekomendasi, sejalan dengan kecenderungan penelitian yang mengintegrasikan metode statistik dan struktural dalam sistem rekomendasi berbasis graf (Huang et al., 2007; Shah, 2020; Özdemir & Gündüz-Demir, 2013).



Gambar 6. Sketsa peta perjalanan belanja berdasarkan MST

Gambar 6 memperlihatkan bagaimana struktur MST yang abstrak diterjemahkan menjadi sketsa perjalanan belanja nyata pada konteks e-commerce, dimulai dari satu produk kunci sebagai titik awal kunjungan pengguna dan diikuti oleh serangkaian produk lain sepanjang lintasan pada pohon. Setiap langkah pada lintasan tersebut diberi label fase perjalanan belanja, seperti produk utama, produk pelengkap, dan produk cross promotion, sehingga hubungan struktural pada MST dapat dipahami sebagai urutan interaksi yang muncul di antarmuka sistem rekomendasi. Dengan cara ini, peta perjalanan belanja berbasis MST menghubungkan hasil pemodelan graf dengan skenario praktis pengaturan urutan rekomendasi dan bundling produk di platform e-commerce.

4 KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa integrasi algoritma *Apriori* dengan struktur graf berbobot dan *Minimum Spanning Tree (MST)* mampu mengubah keluaran aturan asosiasi yang semula terfragmentasi menjadi peta perjalanan belanja yang lebih koheren dan mudah ditafsirkan. Representasi graf produk yang dibobot menggunakan fungsi $w(A, B) = \frac{1}{\text{support}(A, B) \cdot \text{lift}(A \rightarrow B)}$ mendorong sisi dengan asosiasi kuat untuk mendominasi struktur MST, sehingga lintasan pada pohon dapat dianggap sebagai rute belanja dengan hubungan produk yang kuat berdasarkan data transaksi ritel. Temuan ini konsisten dengan literatur yang menekankan peran graf dan *spanning tree* sebagai *backbone* yang efektif untuk merangkum struktur jaringan dan memperkaya pemodelan sistem rekomendasi. Analisis metrik menunjukkan bahwa MST, MRCST, dan MaxRCST masing-masing menawarkan profil yang berbeda terkait efisiensi rute, diversifikasi lintasan, dan kemampuan penjelasan terhadap aturan asosiasi. MST memberikan *routing cost* dasar yang moderat dengan tingkat *explainability* yang relatif tinggi, MRCST menurunkan biaya rute rata-rata dengan sedikit pengorbanan interpretabilitas, sedangkan MaxRCST meningkatkan biaya rute untuk mendorong variasi lintasan dan mengurangi dominasi produk populer. Integrasi struktur graf ini ke dalam model *Graph Neural Networks (GNN)* menghasilkan peningkatan akurasi prediksi dibanding baseline *Apriori* sekaligus memperkuat kapasitas penjelasan rekomendasi, sejalan dengan tren riset terkini dalam sistem rekomendasi berbasis graf dan *explainable AI*. Berdasarkan hasil tersebut, terdapat beberapa arah pengembangan yang disarankan. Pertama, pengujian perlu diperluas pada dataset dengan skala transaksi dan ragam produk yang lebih besar untuk menilai generalisasi struktur MST, MRCST, dan MaxRCST dalam berbagai konteks ritel dan *e-commerce*. Kedua, eksplorasi lebih mendalam terhadap arsitektur GNN, termasuk varian *Graph Attention Networks (GAT)* atau model pembelajaran graf dinamis, berpotensi meningkatkan kemampuan model dalam menangkap konektivitas bertingkat tinggi dan perubahan temporal perilaku konsumen. Ketiga, evaluasi sistem rekomendasi perlu mencakup dimensi tambahan seperti keberagaman, keadilan, dan utilitas pengguna, agar pemanfaatan MST dan variannya tidak hanya meningkatkan akurasi dan *explainability*, tetapi juga mendukung desain rekomendasi yang lebih seimbang dan berorientasi pada pengalaman pengguna jangka Panjang.

DAFTAR PUSTAKA

- Agrawal, R., & Srikant, R. (1994). Fast algorithms for mining association rules. In Proceedings of the 20th International Conference on Very Large Data Bases (pp. 487–499).
- Campos, R., & Ricardo, M. (2008). A fast algorithm for computing minimum routing cost spanning trees. *Computer Networks*, 52(17), 3229–3247.
- Ching, W., Leung, M., & Leung, D. (2009). An efficient approach to transient turbulent dispersion modeling by CFD—statistical analysis of a many-puff system. *Fluid Dynamics Research*, 41(3), 035512.
- Deshmukh, V., Cannings, C., & Thomas, A. (2006). Estimating the parameters of a model for protein–protein interaction graphs. *Mathematical Medicine and Biology*, 23(4), 279–295.
- Graham, R. L., & Hell, P. (1985). On the history of the minimum spanning tree problem. *IEEE Annals of the History of Computing*, 7(1), 43–57.
- Huang, M., Zeng, D., & Chen, H. (2007). Analyzing consumer–product graphs: Empirical findings and applications in recommender systems. *Management Science*, 53(7), 1146–1164.
- Layton, R. (2019). *Learning data mining with Python* (2nd ed.). Packt Publishing.

- Masruriyah, A. F. N., Sukmawati, C. E., & Dermawan, B. A. (2024). Memahami data mining dengan Python: Implementasi praktis. Eureka Media Aksara.
- Özdemir, E., & Gündüz-Demir, Ç. (2013). A hybrid classification model for digital pathology using structural and statistical pattern recognition. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 32(2), 474–483.
- Rachmat, S., & Antoni, A. (2025). Analisis pola pembelian secara online: Pendekatan kuantitatif untuk memahami perilaku konsumen dan pengaruhnya pada pasar e-commerce. *PESHUM*, 4(3), 4300–4310.
- Shah, S. (2020). Analysis of e-commerce product graphs. *TechRxiv*. <https://doi.org/10.36227/techrxiv.12814244>
- Wu, L., Sun, P., Hong, R., Fu, Y., Wang, X., & Wang, M. (2020). A survey on graph neural networks in recommender systems. In *Proceedings of the 29th International Joint Conference on Artificial Intelligence* (pp. 4644–4652).
- Zhou, Y., Zhang, X., & Wang, J. (2022). Balancing the trade-off between accuracy and diversity in recommender systems with personalized explanations based on linked open data. *Knowledge-Based Systems*, 252, 109302.