

PEMODELAN PERTUMBUHAN JANIN DENGAN PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA (PDE) UNTUK DETEKSI DINI GANGGUAN PERTUMBUHAN

Syakila Hummaira^{*}, Tri Wijayanti Septiarini²

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Terbuka, Padang, Indonesia

*Penulis korespondensi: efiyanti08101969@gmail.com

ABSTRAK

Gangguan pertumbuhan janin (*Fetal Growth Restriction/FGR*) merupakan penyebab utama morbiditas dan mortalitas perinatal dan mempengaruhi 5 – 10% kehamilan. Metode konvensional untuk memantau pertumbuhan janin seperti pengukuran tinggi fundus uteri dan berat janin melalui *USG*, sangat sensitive dan kurang akurat. Penelitian ini mengembangkan *Persamaan Diferensial Biasa (PDB)* untuk memodelkan deteksi gangguan pertumbuhan pada janin seperti makrosomia dan hambatan pertumbuhan intrauteri (*IUGR*). Hasilnya menunjukkan bahwa model *Gompertz* sangat akurat untuk empat parameter biometrik, *Biparietal Diameter (BPD)*, *Femur Length (FL)*, *Head Circumference (HC)*, dan *Abdominal Circumference (AC)*. Oleh karena itu, *FL* mencapai $R^2 = 1,00$, $RMSE = 0,53 \text{ mm}$, dan *BPD* mencapai $R^2 = 0,92$. Namun, untuk parameter sirkumferensi *HC* dan *AC*, ada keterbatasan R^2 , masing-masing 0,85 dan 0,67. Model ini memungkinkan perhitungan instantaneous dan prediksi proyektif untuk deteksi *IUGR* dini sebelum gejala klinis muncul, yang memungkinkan intervensi medis lebih awal pada kehamilan berisiko tinggi.

Kata kunci: Deteksi Dini, Model *Gompertz*, Persamaan Diferensial Biasa, Pertumbuhan Janin.

1. PENDAHULUAN

Kedokteran perinatal dan bioinformatika medis bergantung pada pemahaman mendalam tentang dinamika pertumbuhan janin manusia. Pertumbuhan janin yang ideal menunjukkan kesehatan maternal-fetal dan menunjukkan perkembangan bayi. Intervensi klinis yang cepat dapat mengurangi morbiditas dan mortalitas perinatal jika deviasi pola pertumbuhan ditemukan lebih awal, terutama *IUGR* (Chew et al, 2024). Pemodelan matematis memungkinkan untuk prediksi pertumbuhan masa depan, mengkreakeisasi pola pertumbuhan biologis, dan pengenalan parameter pertumbuhan kritis sehingga memungkinkan ekstrapolasi data. Oleh karena itu, ini menjadi pembeda dari metode deskriptif konvensional (Grantz, 2021).

Sedangkan untuk menggambarkan perkembangan struktur tubuh janin, lebih tepat menggunakan model matematis non-linear, terutama fungsi *Gompertz* dan eksponensial (Dudek et al, 2017). (Baller et al, 2019), mengembangkan model berbasis hukum skala alometrik untuk menentukan perbedaan pertumbuhan pada kehamilan normal dan kecil untuk usia kehamilan (*SGA*). Formula berbasis biomatematika yang menggunakan persamaan diferensial logistik lebih akurat dalam memperkirakan nilai standar pertumbuhan janin, dibandingkan model regresi konvensional (Miyagi dkk, 2018). Standar penilaian pertumbuhan janin seluruh dunia yang ditetapkan dari proyek *INTERGROWTH-21st*, melalui penelitian pertumbuhan janin jangka panjang (Ohuma et al, 2021). Dalam studi terbarunya mengembangkan metode pemodelan alometrik untuk trajektori pertumbuhan janin manusia mengalami kemajuan besar (Van Willigen et al, 2024).

Prediksi *IUGR* menggunakan pendekatan berbasis *mACHine learning* (Taeidi et al, 2023), (Rescinito et al, 2023) melakukan review sistematis dan meta analisis terhadap model

prediksi *IUGR* menggunakan *Artificial Intelligence (AI)* dan *MACHine Learning (ML)*, sedangkan untuk memprediksi pertumbuhan janin menggunakan metode hybrid dengan menggabungkan fitting kurva dan pembelajaran mesin (Zhang et al, 2025), dan (Mikołaj et al, 2025) memprediksi pertumbuhan janin tidak normal dengan tepat menggunakan deep learning. Sejauh ini, belum ada model berbasis *Persamaan Diferensial Biasa (PDB)* yang mampu menggambarkan pertumbuhan janin secara menyeluruh dan akurat dari minggu pertama hingga minggu ke-42.

Model-model ini termasuk model matematis seperti fungsi *Gompertz* dan eksponensial. Selain itu, penelitian masih sangat terbatas yang membandingkan dan mengevaluasi berbagai fungsi matematis untuk menemukan model prediktif terbaik. Ini terutama berlaku untuk membedakan pola pertumbuhan normal dan abnormal, seperti *IUGR* dan *SGA*. Dengan kata lain, tidak banyak pilihan atau penelitian yang mendukung pengembangan model prediktif yang komprehensif dan dapat diandalkan untuk pola pertumbuhan biometrik janin.

2. METODE

2.1. Pengumpulan Data

Metode kuantitatif digunakan dalam penelitian ini, dan desain pemodelan matematis retrospektif digunakan. Data yang digunakan berasal dari standar pertumbuhan janin *WHO INTERGROWTH-21st* dan University of Oxford. Studi kohort internasional terbesar yang melibatkan berbagai populasi di seluruh dunia memberikan informasi yang akurat dan terstandarisasi tentang pola pertumbuhan janin. *Crown-Rump Length (CRL)* sampel adalah 110–237 mm, dengan rerata 173,5 mm dan deviasi standar 36,8 mm. Pedoman *INTERGROWTH-21st* menyarankan penggunaan standar ini hingga usia kehamilan 40 minggu. Tenaga sonografer yang telah dilatih dan disertifikasi melakukan pengukuran secara berulang dengan interval sekitar ± 5 minggu. Ini dilakukan untuk memastikan pengukuran yang akurat sekaligus mengurangi kemungkinan bias.

2.2. Model matematika

Dalam penelitian ini berbagai model matematis, seperti log-logistic, eksponensial, linear, segmental-linear, dan model *Gompertz*, von Bertalanffy, diuji dalam penelitian ini untuk menggambarkan pertumbuhan janin. Nilai koefisien determinasi (R^2), analisis residual, dan interpretasi biologisnya akan menentukan model yang paling sesuai.

2.2.1. Konstruksi Model Matematis

2.2.1.1. Pemilihan Fungsi Kandidat

Berdasarkan karakteristik pertumbuhan biologis, fungsi yang dipertimbangkan meliputi :

Model Linear:

$$Y = b_0 + b_1 t$$

Model ini mengasumsikan laju pertumbuhan konstan. Cocok untuk fase awal, tetapi tidak untuk jangka panjang karena pertumbuhan biologis biasanya bersifat sigmoidal.

Model Segmental-Linear:

$$Y_I(t) = b_0 I + b_1 I t, t \leq t_I$$

$$Y_{II}(t) = b_0 II + b_1 II t, t_I < t \leq t_{II}$$

$$Y_{III}(t) = b_0 III + b_1 III t, t \leq t_{III}$$

Model ini menangkap perubahan laju pertumbuhan selama fase deselerasi dan percepatan.

Model Eksponensial :

$$Y(t) = \exp(b_0 + b_1/t)$$

Model ini memastikan nilai positif, cocok untuk pertumbuhan awal.

Model *Gompertz*:

$$Y(t) = b_0 \exp(-b_1 \exp(-b_2 t))$$

Model ini menggunakan deselerasi untuk menggambarkan pertumbuhan, yang sesuai dengan pola biologis untuk pertumbuhan organ dan janin secara keseluruhan.

Model von Bertalanffy:

$$Y(t) = b_0 (1 - b_1 \exp(-b_2 t))^3$$

Model ini memiliki justifikasi biologis kuat dalam teori pertumbuhan.

Model Log-Logistic:

$$Y(t) = \frac{b_0}{1 + b_1 \exp(-b_2 \ln(t))}$$

Model ini menggambarkan kurva pertumbuhan sigmoid yang hampir nyata secara biologis.

2.2.1.2. Estimasi Parameter Model

Untuk estimasi parameter, metode kuadrat terkecil (*least squares*) digunakan untuk meminimalkan jumlah residual kuadrat antara data observasi dan nilai prediksi model. Untuk memastikan konvergensi kuat pada proses non-linear, algoritma Marquardt-Levenberg yang merupakan teknik yang menggabungkan gradien dan metode Gauss-Newton digunakan untuk mengoptimalkan parameter model. STATISTICA v.10, program dengan kriteria konvergensi ($\varepsilon = 10^{-6}$) digunakan.

Metode Kuadrat Terkecil (*Least squares Method*) :

$$S = \sum_{i=1}^n (y_{meas} - y_{cal})^2$$

y_{meas} = hasil pengukuran janin ke $-i$

y_{cal} = nilai kalkulasi dari model matematika

n = jumlah sample

Koefisien Determinasi (R^2) :

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

SS_{res} = sum of squared residuals

SS_{tot} = total sum of squares

Interpretasi nilai R^2 :

$R^2 > 0,95$: kesesuaian sangat baik.

$0,85 < R^2 < 0,95$: kesesuaian baik

$R^2 < 0,85$: kesesuaian kurang memadai.

Analisis Residual : Dengan menggunakan uji normalitas Shapiro-Wilk dan plot histogram, serta dispersi residual versus usia, periksa distribusi residual.

Model harus memiliki residual yang terdistribusi normal dan independen dari usia.

2.2.2. Validasi Model

2.2.2.1. Validasi Internal : Untuk memastikan kestabilan dan reliabilitas model, teknik validasi silang dan resampling bootstrap digunakan.

2.2.2.2. Validasi Biologis : Nilai positif yang dihasilkan oleh model harus mengikuti pola pertumbuhan sigmoid, prediksinya harus mendekati nilai nol pada kondisi awal ($t = 0$), dan hasilnya harus sesuai dengan penelitian Dudek *et al.* (2017).

2.2.2.3. Validasi Klinis : Prediksi model secara langsung divalidasi dengan data pengukuran ultrasonografi pasien.

2.3. Konstruksi Model Persamaan Diferensial Biasa

Untuk pengembangan lebih lanjut ke arah *Persamaan Diferensial Biasa (PDB)*, model pertumbuhan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{dY}{dt} = f(Y, t, \beta)$$

di mana Y adalah ukuran struktur anatomis, t adalah usia gestasi, β adalah vektor parameter, dan f adalah fungsi yang menunjukkan laju pertumbuhan.

2.4. Ilustrasi Penerapan pada Model Gompertz

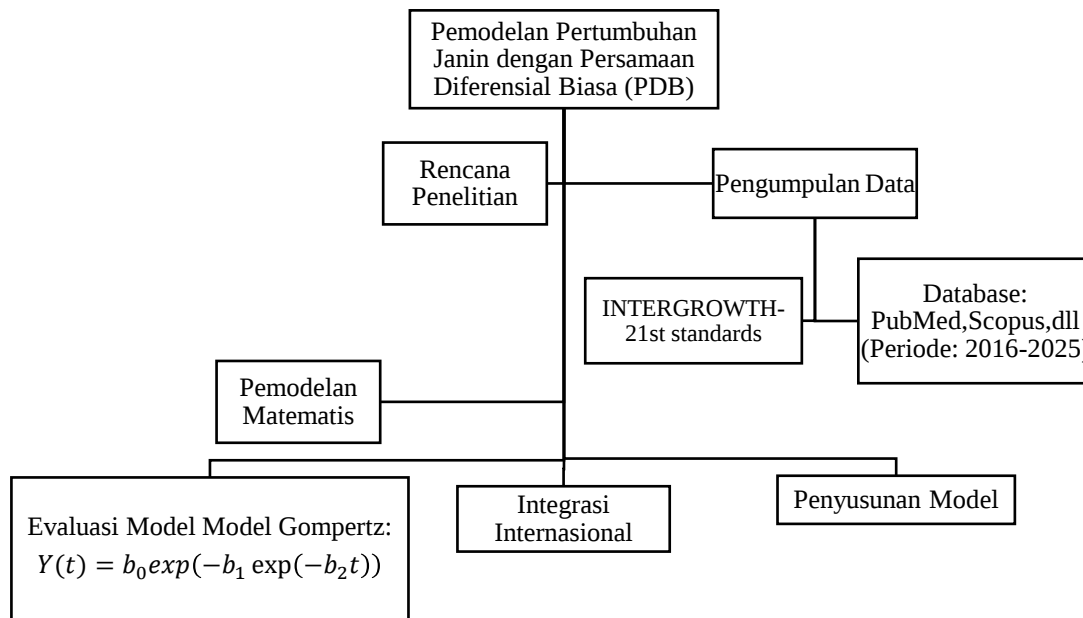
Kecepatan perubahan ukuran atau massa janin selama perkembangan intrauterin ditunjukkan oleh laju pertumbuhan terhadap waktu gestasi ($\frac{dY}{dt}$). Model *Gompertz* didasarkan pada premis dasar bahwa laju pertumbuhan menurun secara bertahap seiring dengan peningkatan ukuran Y . Hal ini menunjukkan keterbatasan kapasitas pertumbuhan biologis inherent pada sistem fisiologis. Mekanisme pengendalian pertumbuhan ini diatur oleh fungsi logaritma natural $\ln\left(\frac{b_0}{Y}\right)$, yang menunjukkan rasio antara ukuran maksimum asimtotik b_0 dan ukuran saat observasi Y , sehingga menginduksi penurunan eksponensial pada laju pertumbuhan ketika Y mendekati batas kapasitasnya, sementara parameter b_2 berfungsi sebagai konstanta yang menentukan kecepatan respons sistem saat massa meningkat. Prinsip pertumbuhan dengan keterbatasan kapasitas (*capacity-limited growth*) ini diformulasikan secara matematis melalui persamaan diferensial

$$\frac{dY}{dt} = b_2 Y \ln\left(\frac{b_0}{Y}\right)$$

Dengan solusi eksplisit :

$$Y(t) = b_0 \exp(-b_1 \exp(-b_2 t))$$

Prinsip pertumbuhan dengan keterbatasan kapasitas (*capacity limited growth*) tercermin dalam model *PDB* ini, yang menunjukkan bahwa laju pertumbuhan proporsional terhadap ukuran saat ini dan logaritma rasio ukuran maksimal terhadap ukuran saat ini.



Gambar 1. Alur Penelitian

2.5. Pertimbangan Etik

Penelitian ini mengikuti standar etika penelitian internasional yang tercantum dalam Deklarasi Helsinki dan berfokus pada aspek beneficence dan non-maleficence. Data yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari database *INTERGROWTH-21st*, yang dapat diakses secara gratis untuk kepentingan penelitian. Semua data telah melalui proses anonimisasi yang ketat, sehingga tidak ada informasi tentang identitas pribadi subjek penelitian. Dan dari sudut pandang sosial, penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat melalui pengembangan sistem yang lebih akurat untuk mendeteksi gangguan pertumbuhan janin. Fokus kontribusi ilmiah ini adalah untuk meningkatkan hasil kesehatan maternal dan neonatal, terutama dalam hal komplikasi kehamilan yang dapat dicegah atau ditangani lebih awal.

2.6. Limitasi Metodologi

Meskipun model *Gompertz* menunjukkan kemampuan prediktif yang baik untuk menggambarkan pertumbuhan janin, ada beberapa kelemahan metodologis yang perlu dipertimbangkan saat menginterpretasikan hasil penelitian ini. Keterbatasan ini termasuk elemen teknis yang berkaitan dengan pengukuran serta komponen biologis yang menjadi bagian dari desain penelitian, dan mereka dapat mempengaruhi validitas dan generalisasi temuan. Keterbatasan utama yang ditemukan adalah sebagai berikut :

1. Karakteristik material: Penggunaan spesimen pascakematian berpotensi menunjukkan perbedaan dengan hasil pengukuran pada kondisi hidup.
2. Presisi pengukuran: Walaupun menggunakan teknologi digital, margin kesalahan dalam pengukuran tetap menjadi pertimbangan.
3. Variabel eksternal: Model belum mengakomodasi faktor-faktor maternal dan kondisi lingkungan yang berkontribusi terhadap dinamika pertumbuhan

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Formulasi Model Persamaan Diferensial Biasa *Gompertz*

$$\frac{dY}{dt} = b_2 Y \ln\left(\frac{b_0}{Y}\right)$$

Dengan solusi eksplisit :

$$Y(t) = b_0 \exp(-b_1 \exp(-b_2 t))$$

3.1.1. Biparietal Diameter (BPD)

$$Y_{BPD}(t) = b_{0_{BPD}} \exp(-b_{1_{BPD}} \exp(-b_{2_{BPD}} t))$$

Dimana pada trimester kedua, *BPD* memiliki pola pertumbuhan sigmoid dengan fase akselerasi tertinggi, menurut hasil fitting terhadap data *INTERGROWTH-21st*.

3.1.2. Femur Length (FL)

$$Y_{FL}(t) = b_{0_{FL}} \exp(-b_{1_{FL}} \exp(-b_{2_{FL}} t))$$

Dimana femur length Y_{FL} adalah (*mm*). Parameter $b_{0_{FL}}$, menunjukkan panjang femur asimptotik terpanjang, $b_{1_{FL}}$ menentukan posisi kurva pertumbuhan, dan $b_{2_{FL}}$ merupakan konstanta laju pertumbuhan.

3.1.3. Head Circumference (HC)

$$Y_{HC}(t) = b_{0_{HC}} \exp(-b_{1_{HC}} \exp(-b_{2_{HC}} t))$$

Dimana head circumference Y_{HC} adalah (*mm*). Parameter $b_{0_{HC}}$ menunjukkan lingkaran kepala yang paling besar, mencerminkan pertumbuhan kranial, $b_{1_{HC}}$ adalah parameter temporal menentukan awal fase pertumbuhan kepala, dan $b_{2_{HC}}$ adalah laju pertumbuhan tertentu yang terkait dengan ekspansi kranial dan neurogenesis.

3.1.4. Abdominal Circumference (AC)

$$Y_{AC}(t) = b_{0_{AC}} \exp(-b_{1_{AC}} \exp(-b_{2_{AC}} t))$$

Dimana Y_{AC} adalah abdominal circumference. Kapasitas pertumbuhan maksimum abdomen, yang dikaitkan dengan pertumbuhan organ visceral dan deposisi jaringan adiposa, diwakili oleh parameter b_{0AC} , b_{1AC} menunjukkan waktu ekspansi abdominal, dan konstanta laju pertumbuhan b_{2AC} menunjukkan akumulasi massa fetal.

3.2. Karakteristik Matematis Model Gompertz

Laju pertumbuhan maksimum (Titik infleksi) :

$$t_0 = \frac{\ln b_1}{b_2}$$

Nilai parameter biometric :

$$Y(t_0) = \frac{b_0}{e} \approx 0.368b_0$$

Laju pertumbuhan absolut maksimal :

$$\left(\frac{dY}{dt}\right)_{max} = \frac{b_0 b_2}{e}$$

Asimptot :

Saat $t \rightarrow -\infty$: $Y(t) \rightarrow 0$

Saat $t \rightarrow +\infty$: $Y(t) \rightarrow b_0$

Model Gompertz cocok untuk menggambarkan karakteristik pertumbuhan biologis ini karena memiliki fase lag awal, fase log (pertumbuhan eksponensial), dan fase stasioner.

3.3. Validasi Model dengan Standar Internasional INTERGROWTH-21st

Hasil prediksi Model Gompertz dibandingkan dengan INTERGROWTH-21st standar pertumbuhan internasional, untuk memvalidasi akurasi prediksi model matematis yang dikembangkan. Pada usia kehamilan antara 14 dan 40 minggu, perbandingan ini mencakup parameter seperti Biparietal Diameter (BPD), Femur Length (FL), Abdominal Circumference (AC), dan Head Circumference (HC).

Tabel 1. Perbandingan Prediksi Model Gompertz dengan Standar INTERGROWTH-21st untuk Biparietal Diameter (BPD)

Usia Gestasi (minggu)	INTERGROWTH-21st Median (mm)	Model Gompertz (mm)	Deviasi Absolut (mm)	Deviasi Relatif (%)
14	35.89	18.10	17.78	49.55
15	10.00	22.16	12.16	121.59
16	0.30	26.49	26.19	8728.79
17	38.78	31.00	7.78	20.06
18	41.97	35.62	6.35	15.13
19	45.19	40.27	4.92	10.89
20	48.44	44.87	3.57	7.37
21	51.70	49.36	2.34	4.52
22	54.96	53.70	1.26	2.29
23	58.19	57.84	0.35	0.59
24	61.38	61.77	0.39	0.63

25	64.52	65.45	0.93	1.44
26	67.60	68.88	1.28	1.89
27	70.59	72.05	1.46	2.07
28	73.48	74.98	1.50	2.04
29	76.26	77.66	1.40	1.83
30	78.91	80.10	1.19	1.51
31	81.41	82.32	0.91	1.12
32	83.76	84.33	0.57	0.68
33	85.92	86.14	0.22	0.26
34	87.90	87.78	0.12	0.14
35	89.67	89.24	0.43	0.47
36	91.22	90.56	0.66	0.72
37	92.53	91.74	0.79	0.86
38	93.59	92.79	0.80	0.86
39	94.38	93.73	0.65	0.69
40	94.89	94.56	0.33	0.35

Analisis *BPD* menunjukkan bahwa Model *Gompertz* menghasilkan deviasi yang bervariasi. Minggu ke-16 menunjukkan deviasi absolut tertinggi (26.19 mm) dan deviasi relatif tertinggi (8728.79%), menunjukkan ketidaksesuaian model selama trimester pertama kehamilan. Namun, ketika memasuki trimester ke-2 dan ke-3, akurasi prediksi meningkat secara signifikan. Pada minggu ke-23 dan 40, deviasi relatif berkisar antara 0.14% dan 2.07%, menunjukkan konvergensi yang baik antara prediksi model dan standar internasional. Pada minggu ke-34, performa terbaik dicapai dengan deviasi relatif terendah sebesar 0.14%.

Tabel 2. Perbandingan Prediksi Model *Gompertz* dengan Standar *INTERGROWTH-21st* untuk *Femur Length (FL)*

Usia Gestasi (minggu)	<i>INTERGROWTH-21st</i> Median (mm)	Model <i>Gompertz</i> (mm)	Deviasi Absolut (mm)	Deviasi Relatif (%)
14	13.11	14.69	1.58	12.07
15	16.33	17.10	0.77	4.70
16	19.47	19.64	0.17	0.86
17	22.54	22.28	0.26	1.13
18	25.53	25.01	0.52	2.03
19	28.45	27.79	0.66	2.31
20	31.29	30.60	0.69	2.20

21	34.06	33.41	0.65	1.90
22	36.74	36.21	0.53	1.45
23	39.36	38.96	0.40	1.02
24	41.89	41.66	0.23	0.56
25	44.35	44.28	0.07	0.15
26	46.74	46.82	0.08	0.18
27	49.05	49.27	0.22	0.45
28	51.28	51.62	0.34	0.66
29	53.43	53.86	0.43	0.80
30	55.51	55.99	0.48	0.86
31	57.52	58.01	0.49	0.85
32	59.45	59.91	0.46	0.78
33	61.30	61.71	0.41	0.67
34	63.07	63.40	0.33	0.52
35	64.77	64.98	0.21	0.32
36	66.40	66.46	0.06	0.09
37	67.95	67.84	0.11	0.17
38	69.42	69.12	0.30	0.43
39	70.81	70.31	0.50	0.70
40	72.13	71.42	0.71	0.98

Pada tahap awal kehamilan, parameter *FL* menunjukkan konsistensi prediksi yang lebih baik daripada *BPD*. Pada minggu ke-14, deviasi relatif maksimum sebesar 12.07% tercatat; namun, pada minggu ke-16, turun dengan cepat dan mencapai di bawah 1%. Dari minggu ke-25 hingga 36, model menunjukkan akurasi yang sangat tinggi, dengan deviasi relatif berkisar antara 0,09% dan 0,86%. Dengan deviasi relatif hanya 0,09%, prestasi terbaik dicatat pada minggu ke-36, menunjukkan bahwa model *Gompertz* sangat cocok untuk memprediksi panjang femur pada trimester ketiga.

Tabel 3. Perbandingan Prediksi Model *Gompertz* dengan Standar *INTERGROWTH-21st* untuk *Head Circumference (HC)*

Usia Gestasi (minggu)	<i>INTERGROWTH-21st</i> Median (mm)	Model <i>Gompertz</i> (mm)	Deviasi Absolut (mm)	Deviasi Relatif (%)
14	97.88	149.78	51.90	53.02
15	110.37	149.83	39.46	35.76
16	122.91	149.88	26.97	21.94
17	135.44	149.91	14.47	10.68

18	147.90	149.93	2.03	1.37
19	160.26	149.95	10.31	6.43
20	172.48	149.96	22.52	13.05
21	184.50	149.97	34.53	18.71
22	196.30	149.98	46.32	23.60
23	207.84	149.98	57.86	27.84
24	219.07	149.99	69.08	31.53
25	229.97	149.99	79.98	34.78
26	240.51	149.99	90.52	37.64
27	250.65	150.00	100.65	40.16
28	260.36	150.00	110.36	42.39
29	269.61	150.00	119.61	44.37
30	278.38	150.00	128.38	46.12
31	286.64	150.00	136.64	47.67
32	294.37	150.00	144.37	49.04
33	301.53	150.00	151.53	50.25
34	308.10	150.00	158.10	51.31
35	314.07	150.00	164.07	52.24
36	319.40	150.00	169.40	53.04
37	324.07	150.00	174.07	53.71
38	328.07	150.00	178.07	54.28
39	331.37	150.00	181.37	54.73
40	333.94	150.00	183.94	55.08

Pola deviasi parameter *HC* sangat berbeda dari parameter lainnya. Model *Gompertz* menghasilkan prediksi yang relatif konstan sekitar 150 *mm*. Ini menunjukkan bahwa model kurang mampu menangkap perubahan dalam pertumbuhan sirkumferensi kepala fetus. Minggu ke-18 menunjukkan deviasi relatif terendah (1.37%), tetapi kemudian meningkat hingga mencapai 55.08% pada minggu ke-40. Pola ini menunjukkan bahwa model cenderung underestimate pertumbuhan *HC* secara konsisten, terutama di trimester kedua dan ketiga.

Tabel 4. Perbandingan Prediksi Model *Gompertz* dengan Standar *INTERGROWTH-21st* untuk *Abdominal Circumference (AC)*

Usia Gestasi (minggu)	<i>INTERGROWTH-21st</i> Median (mm)	Model <i>Gompertz</i> (mm)	Deviasi Absolut (mm)	Deviasi Relatif (%)
-----------------------	-------------------------------------	----------------------------	----------------------	---------------------

14	80.61	112.94	32.33	40.11
15	91.94	120.37	28.43	30.93
16	103.21	126.47	23.26	22.54
17	114.43	131.42	16.99	14.84
18	125.59	135.38	9.79	7.79
19	136.69	138.53	1.84	1.35
20	147.72	141.03	6.69	4.53
21	158.69	143.00	15.69	9.89
22	169.59	144.54	25.05	14.77
23	180.42	145.75	34.67	19.22
24	191.16	146.69	44.47	23.26
25	201.83	147.43	54.40	26.95
26	212.41	148.00	64.41	30.32
27	222.90	148.45	74.45	33.40
28	233.30	148.80	84.50	36.22
29	243.61	149.07	94.54	38.81
30	253.82	149.28	104.54	41.19
31	263.93	149.44	114.49	43.38
32	273.93	149.56	124.37	45.40
33	283.83	149.66	134.17	47.27
34	293.62	149.74	143.88	49.00
35	303.29	149.80	153.49	50.61
36	312.84	149.84	163.00	52.10
37	322.27	149.88	172.39	53.49
38	331.58	149.91	181.67	54.79
39	340.76	149.93	190.83	56.00
40	349.80	149.94	199.86	57.13

Karakteristik prediksi parameter *AC* mirip dengan *HC*, dan model menghasilkan nilai yang relatif konstan antara 149 – 150 *mm*. Pada minggu ke-40, deviasi relatif meningkat terus hingga mencapai 57.13%, setelah mencapai titik terendah sebesar 1.35% pada minggu sebelumnya. Pola ini menunjukkan bahwa model *Gompertz* tidak dapat menggambarkan pertumbuhan eksponensial sirkumferensi abdomen yang terjadi selama perkembangan fetus.

Tabel 5. Summary Matrik untuk Setiap Parameter Biometrik

Parameter Max Dev %	R ²	RMSE	MAE	Max Dev %
---------------------	----------------	------	-----	-----------

<i>BPD</i>	0.92	6.96	3.57	8728.79
<i>FL</i>	1.00	0.53	0.43	12.07
<i>HC</i>	0.85	142.31	137.66	55.08
<i>AC</i>	0.67	105.94	84.97	57.13

Menurut evaluasi statistik komprehensif, performa variabilitas signifikan model *Gompertz* ditemukan dalam parameter biometrik. Parameter *FL* menunjukkan performa prediktif terbaik dengan koefisien determinasi R^2 sebesar 1,00, RMSE 0.53 mm, MAE 0.43 mm, dan deviasi maksimum 12.07%. Hasil ini menunjukkan model *Gompertz* sangat sesuai untuk memodelkan pertumbuhan longitudinal panjang tulang fetal.

Sedangkan secara keseluruhan, model ini menunjukkan kesesuaian yang memadai untuk prediksi *BPD* pada trimester ke-2 dan ke-3 dengan R^2 0.92, RMSE 6.96 mm, dan MAE 3.57 mm. Namun, pada minggu ke-16 terjadi outlier yang signifikan (Max Dev % 8728.79%), yang mungkin disebabkan oleh anomali data atau kesalahan pengukuran pada standar *INTERGROWTH-21st*.

Sebaliknya, parameter *HC* dan *AC* menunjukkan hasil yang kurang memuaskan. Ketidaksesuaian ini menunjukkan bahwa model *Gompertz*, yang mengasumsikan pola pertumbuhan asimptotik dengan laju penurunan eksponensial, tidak dapat memahami dinamika pertumbuhan sirkumferensial yang lebih kompleks selama perkembangan fetal. Sebaliknya, parameter *AC* menunjukkan R^2 terendah 0.67, RMSE 105.94 mm, MAE 84.97 mm, dan deviasi maksimum 57.13%

3.4. Pembahasan Implikasi Klinis

Penelitian ini berbasis Persamaan Diferensial Biasa (*PDB*) yang menghasilkan model matematis yang memiliki konsekuensi klinis yang signifikan. Model *Gompertz* memberikan dasar teoretis yang kuat dalam memprediksi pertumbuhan janin dan dapat dimasukkan ke dalam sistem ultrasonografi prenatal. Misalnya, parameter *Femur Length (FL)* menunjukkan deviasi prediksi kurang dari 1% selama trimester ke-2 dan ke-3, dan juga menunjukkan *BPD* yang sangat akurat dari minggu ke-23 hingga ke-40. Oleh karena itu, sangat sensitif untuk mengidentifikasi pertumbuhan yang normal atau abnormal, bahkan untuk mengidentifikasi risiko gangguan pertumbuhan janin pada tahap awal.

Model ini memungkinkan analisis dinamika pertumbuhan secara real time. Oleh karena itu, dokter bisa melihat langsung seberapa maksimal pertumbuhan janin, dan jika ada penurunan yang signifikan dari perkiraan itu bisa menunjukkan masalah, seperti insufisiensi plasenta, sebelum gejala *IUGR* yang sebenarnya muncul. Dan ini dapat membantu dokter mengambil tindakan pencegahan lebih awal.

Berdasarkan evaluasi statistik, parameter yang paling akurat untuk prediksi pertumbuhan adalah parameter *FL* dan *BPD*, metode ini dapat membuat diagnosis lebih akurat dan mengurangi kesalahan positif dan negatif.

Model ini juga dapat digunakan untuk proyeksi pertumbuhan masa depan. Klinisi dapat membandingkan ukuran prediksi dengan data aktual setiap minggu menggunakan solusi eksplisitnya. Jika ada perbedaan signifikan, itu bisa menjadi peringatan, dan intervensi dapat dilakukan lebih cepat.

Parameter *HC* dan *AC* memiliki pola pertumbuhan yang berbeda dan memiliki keterbatasan, meskipun parameter struktural sesuai dengan pola sigmoid *Gompertz*. Karena itu, parameter *HC* dan *AC* diperlukan model tambahan untuk pertumbuhan yang lebih kompleks. Pengembangan model ini lebih spesifik untuk parameter tertentu, kedepannya masih diperlukan aplikasi klinis yang lebih luas dan validasi pada populasi masih diperlukan.

4. KESIMPULAN

Secara umum, penelitian ini telah berhasil memodelkan pertumbuhan janin dengan menggunakan *Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Gompertz*, yang didasarkan pada data dari *WHO INTERGROWTH-21st*. Model ini menunjukkan prediksi yang sangat baik terhadap parameter panjang tulang (*femur length/FL*) dan *Biparietal Diameter (BPD)*, yang cukup memuaskan dalam konteks klinis. Namun demikian, kinerja model terhadap parameter *Head Circumference (HC)* dan *abdominal circumference(AC)* menunjukkan bahwa ada keterbatasan. Ini ditunjukkan oleh koefisien determinasi R^2 yang lebih rendah dan deviasi maksimum yang signifikan.

Melalui analisis trajektori pertumbuhan dan perubahan laju pertumbuhan janin secara real time, model ini dapat digunakan dalam aplikasi klinis sebagai alat untuk mendeteksi gangguan pertumbuhan intrauterin sejak dini. Oleh karena itu, diharapkan bahwa model ini dapat membantu intervensi yang tepat sasaran dan memungkinkan pengambilan keputusan medis yang lebih cepat dan tepat. Namun, validasi lebih lanjut harus dilakukan pada populasi dengan berbagai demografi dan risiko obstetrik agar model ini dapat digunakan secara lebih luas di berbagai setting klinis. Pada masa mendatang, juga diperlukan pengembangan model alternatif yang dapat secara lebih komprehensif menangkap dinamika perkembangan parameter sirkumferensial. Selain itu, perlu dilakukan penyelidikan untuk meningkatkan sensitivitas dan spesifisitas dalam mendeteksi gangguan pertumbuhan janin melalui penggunaan data biometrik multivariat serta penggabungan teknologi canggih seperti kecerdasan buatan dan analisis data besar.

Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa model matematika berbasis *Gompertz* memiliki potensi besar untuk membantu pengawasan pertumbuhan janin secara objektif dan adaptif. Namun, validasi dan pengembangan studi lebih lanjut masih perlu dilakukan agar penerapan model ini benar-benar optimal dan memberikan banyak manfaat dalam praktik klinis yang beragam dan dinamis.

UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kepada Tuhan Yang Maha Esa atas Rahmat dan Ridho-Nya, diri saya sendiri, mama keluarga yang atas support dan doanya dan teman-teman yang sudah memberikan semangat dalam membuat artikel ini. Terimakasih kepada adik saya tercinta Valeska Shafura karena dialah inspirasi saya membuat artikel ini, serta terima kasih kepada pembimbing dan Universitas Terbuka yang menyelenggarakan Seminar Nasional Saintek sehingga karya ilmiah ini dapat dipublikasikan dan dapat bermanfaat bagi penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Baller, Daniel; Thomas, Diana M; Cummiskey, Kevin; Bredlau, Carl; Schwartz, Nadav; Orzechowski, Kelly; Miller, Richard C; Odibo, Anthony; Shah, Ruchit; Salafia, Carolyn M;. (2019). Gestational growth trajectories derived from a dynamic fetal-plACental scaling law. *Journal of the Royal Society Interface*, 16(158), 20190417, <https://doi.org/10.1098/rsif.2019.0417>.
- Chew, Li Chi; Osuchukwu, Obiyo O; Reed, Danielle J; Verma, Rita P;. (2024). Fetal growth restriction. *StatPearls Publishing*, <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK562268/>.
- Dude; Yee. (2019). Identifying fetal growth disorders using ultrasonography in women with diabetes. *Journal of Ultrasound in Medicine*, 38(11), 2821-2829, <https://doi.org/10.1002/jum.15035>
- Henry, W. A., III. (1990, April 9). Making the grade in today's schools. *Time*, 135, 28-31.
- Dudek, Krzysztof; Kedzia, Wojciech; Kedzia, Emilia; Kedzia, Alicja; Derkowski, Wojciech;. (2017). Mathematical modelling of the growth of human fetus anatomical structures.

- Anatomical Science International*, 92(4), 521-529. <https://doi.org/10.1007/s12565-016-0373-0>.
- F, V. W., & et al. (2024). Human fetal growth trajectories: A novel allometric modeling approach. *Human Fetal Growth [Preprint]*, <https://doi.org/10.31219/osf.io/j8v3r>.
- Grantz, Katherine L. (2021). Fetal growth curves: Is there a universal reference. *Obstetrics and Gynecology clinics of North Amerika*, 48(2), 281-295, <https://doi.org/10.1016/j.org.2021.02.004>.
- Kumari, C., Menon, G. I., Narlikar, L., Ram, U., & Siddharthan, R. (2022). A predictive model of a growing fetus. *medRxiv*, <https://doi.org/10.1101/2022.06.20.22276638>.
- Lian, Cuiting; Wang, Yan; Bao, Xinyu; Yang, Lin; Liu, Guoli; Hao, Dongmei; Zhang, Song; Yang, Yimin; Li, Xuwen; Meng, Yu; Zhang, Xinyu; Li, Ziwei;. (2022). Dynamic prediction model of fetal growth restriction based on support vector machine and logistic regression algorithm. *Frontiers in Surgery*, 9, 853056, <https://doi.org/10.3389/fsurg.2022.853056>.
- Mikołaj, Kamil Wojciech; Christensen, Anders Nymark; Taksoe-Vester, Caroline Amalie; Feragen, Aasa; Petersen, Olav Bjorn; Lin, Manxi; Nielsen, Mads; Svendsen, Morten Bo Sondergaard; TolSGAard, Martin Gronnebaek. (2025). Predicting abnormal fetal growth using deep learning. *npj Digital Medicine*, 8(1), 45, <https://doi.org/10.1038/s41746-025-01389-8>.
- Nguyen-Le, D. H. (2024). Modélisation avancée du système d'ACcouchement à l'aide de différentes méthodes d'apprentissage profond : de la segmentation du squelette fœtal à la déformation des tissus mous en temps réel. [Doctoral dissertation, Centrale Lille]. *HAL Open Science*, <https://hal.science/tel-04738125>.
- Ohuma, E., Villar, J., Feng, Y., Xiao, L., Salomon, L., Barros, F., . . . International Fetal and Newborn Growth, C.-2. (2021). Fetal growth velocity standards from the Fetal Growth Longitudinal Study of the INTERGROWTH-21st Project. *American Journal of Obstetrics & Gynecology*, 224(2), 208.e1-208.e18, <https://doi.org/10.1016/j.ajog.2020.07.054>.
- Rescinito, Riccardo; Ratti, Matteo; Payedimarri, Anil Babu; Panella, Massimiliano;. (2023). Prediction models for intrauterine growth restriction using artificial intelligence and machine learning: A systematic review and meta-analysis. *HealthCare*, 11(11), 1617, <https://doi.org/10.3390/healthCare11111617>.
- Taeidi, Elham; Ranjbar, Amene; Montazeri, Farideh; Mehrnoush, Vahid; Darsareh, Fatemeh;. (2023). Machine learning-based approach to predict intrauterine growth restriction. *Cureus*, 15(3), e36657, <https://doi.org/10.7759/cureus.36657>.
- Y, Miyagi; Tada, K; Takayoshi, R; Oguni, N; (et al.). (2018). Formulae based on biostatistics to estimate the standard value of fetal growth of Japanese. *Acta Medica Okayama*, 72(5), 471-479, <https://doi.org/10.18926/AMO/56259>.
- Zhang, Huan ; Hung, Chuan-Sheng; Lin, Chun-Hung R; Yu, Hong-Ren; Zheng, You-Cheng; Yu, Cheng-Han; Tsai, Chih-Min; Huang, Ting-Hsin;. (2025). Predicting fetal growth with curve fitting and machine learning. *Bioengineering*, 12(1), 78, <https://doi.org/10.3390/bioengineering12010078>.