

PERBANDINGAN METODE OPTIMASI RUTE DISTRIBUSI PROGRAM MAKAN BERGIZI GRATIS DI SETU BEKASI

Ahmad Hairul Bahri^{1*}, Tri Wijayanti Septiarini², Arsyelina Husni Johan³
^{1,2,3} Program Studi Matematika FST Universitas Terbuka

*Penulis korespondensi: 049764338@ecampus.ut.ac.id

ABSTRAK

Distribusi makanan bergizi dari Satuan Pelayanan Pemenuhan Gizi atau SPPG menuju sekolah penerima, membutuhkan perencanaan rute yang efisien agar jarak tempuh, konsumsi bahan bakar, dan biaya operasional dapat diminimalkan. Penelitian ini bertujuan menentukan rute distribusi optimal untuk satu unit mobil SPPG yang melayani empat sekolah, yaitu SDN01, SDN02, SDN03, dan MI. Permasalahan dimodelkan sebagai graf berbobot tak berarah, dengan simpul merepresentasikan lokasi dan sisi merepresentasikan jarak antar lokasi. Metode yang digunakan meliputi algoritma, Held-Karp, Clarke-Wright Savings, dan Ant Colony Optimization. Algoritma Held-Karp digunakan sebagai metode utama karena sesuai dengan karakteristik Traveling Salesman Problem, yaitu satu kendaraan berangkat dari depot mengunjungi seluruh titik, dan kembali ke depot. Clarke-Wright Savings dan Ant Colony Optimization digunakan sebagai metode pembandingan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa rute optimal adalah SPPG->SDN02->SDN03->SDN01->MI->SPPG, dengan total jarak 4,6 km. Dengan rasio konsumsi Bahan Bakar Minyak atau BBM yaitu 1 liter untuk 13 km dari harga Pertalite Rp 10.000,- per liter, rute tersebut membutuhkan sekitar 0,3538 liter BBM dengan estimasi biaya Rp 3.538,-. Dibandingkan rute awal terpisah sebesar 12,8 km, optimasi rute menghasilkan penghematan jarak sebesar 8,2 km atau 64,06%. Dengan demikian, pemodelan graf dan optimasi rute dapat digunakan sebagai pendekatan matematis untuk meningkatkan efisiensi distribusi SPPG.

Kata kunci: Ant Colony Optimization, Clarke-Wright Savings, graf berbobot, Held-Karp, optimasi rute.

1 PENDAHULUAN

Distribusi Makanan Bergizi Gratis atau MBG ke sekolah-sekolah memerlukan sistem logistik yang efisien, tepat waktu, dan terukur (Badan Gizi Nasional, 2025). Dalam konteks layanan Satuan Pelayanan Pemenuhan Gizi atau SPPG, proses distribusi tidak hanya berkaitan dengan pengiriman MBG dari satu titik pusat menuju titik sekolah penerima, tetapi juga berhubungan dengan efisiensi jarak tempuh, konsumsi bahan bakar, biaya operasional, dan ketepatan waktu pelayanan (Azahra, M., & Habiburrohman, M., 2025). Oleh karena itu, perencanaan rute distribusi menjadi komponen penting dalam mendukung kelancaran operasional layanan MBG.

Dalam studi kasus rute distribusi MBG di Setu, Bekasi, kendaraan berangkat dari satu titik pusat, yaitu SPPG, kemudian mengunjungi beberapa sekolah penerima dan kembali lagi ke titik awal. Pola ini memiliki kesesuaian dengan *Traveling Saleman Problem* atau *TSP*, yaitu permasalahan optimasi rute yang bertujuan menentukan urutan kunjungan terbaik sehingga seluruh titik dikunjungi tepat satu kali dan total jarak perjalanan minimum (Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023; Ade, A. Z. E. Z., dkk., 2024). Apabila jumlah titik tujuan masih relatif sedikit, *metode eksak* seperti *Held-Karp* secara konsisten mengungguli *metode Iterative Deepening Search*

(IDS) dalam menyelesaikan *Traveling Saleman Problem (TSP)* karena menggunakan *pemrograman dinamis* untuk secara drastis mengurangi *redudansi komputasi* (Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023).

Beberapa metode optimasi rute memiliki karakteristik yang berbeda. *Algoritma Dijkstra* efektif digunakan untuk mencari lintasan terpendek dari satu titik ke titik lainnya (Dijkstra, 1959). Namun, *Dijkstra* tidak secara langsung menyelesaikan masalah rute keliling seluruh titik. *Algoritma Held-Karp* lebih sesuai untuk menyelesaikan *TSP* secara eksak karena menggunakan *pemrograman dinamis* untuk secara drastis mengurangi *redudansi komputasi* (Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023). *Clarke-Wright Savings* merupakan *metode heuristik* berguna untuk menganalisis penghematan jarak dalam konteks distribusi kendaraan (Azahra, M., & Habiburrohman, M., 2025), sedangkan *Ant Colony Optimization* merupakan *metode metaheuristik* yang menerapkan metode penyelesaian masalah optimasi berdasarkan prinsip komunikasi antar koloni semut (Peranginangin, J., dkk., 2021). Perbandingan beberapa pendekatan tersebut menjadi penting agar metode yang digunakan dalam studi kasus rute distribusi MBG di Setu Bekasi tidak hanya menghasilkan rute pendek, tetapi juga dapat dipertanggungjawabkan secara matematis.

Kebaruan penelitian ini terletak pada penerapan dan perbandingan beberapa metode optimasi rute distribusi pada studi kasus rute distribusi MBG skala lokal. Penelitian ini tidak hanya mencari rute terpendek, tetapi juga membandingkan sifat *metodologis* masing-masing algoritma. *Algoritma Held-Karp* digunakan sebagai *metode eksak* untuk memastikan solusi optimal pada kasus satu kendaraan dan jumlah titik kecil (sedikit). *Clarke-Wright Savings* digunakan sebagai pembanding *heuristik* untuk melihat efisiensi distribusi dari sisi penghematan jarak. *Ant Colony Optimization* digunakan sebagai pembanding *metaheuristik*, adapun *algoritma Dijkstra* digunakan sebagai metode pendukung untuk analisis lintasan terpendek antar simpul. Dengan demikian, penelitian ini memberikan kontribusi pada penerapan pemodelan matematis dalam distribusi SPPG melalui pendekatan graf, optimasi rute, dan analisis biaya bahan bakar.

Pada studi kasus ini, SPPG melayani empat sekolah, yaitu SDN 01, SDN 02, SDN 03, dan MI. Setiap titik memiliki jarak tertentu terhadap SPPG maupun terhadap sekolah lainnya. Dengan satu unit mobil distribusi, permasalahan utama yang muncul adalah bagaimana menentukan rute tercepat atau terpendek agar semua sekolah dilayani dalam satu perjalanan dengan total jarak dan biaya bahan bakar minimum. Permasalahan yang dapat diidentifikasi adalah sebagai berikut. Pertama, distribusi makanan dari SPPG menuju beberapa sekolah membutuhkan rute yang efisien agar jarak tempuh, waktu perjalanan, dan biaya operasional dapat ditekan (Azahra, M., Habiburrohman, M., 2025). Kedua, pemilihan rute berdasarkan intuisi atau kedekatan lokal belum tentu menghasilkan solusi paling optimal secara keseluruhan (Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023). Ketiga, setiap metode optimasi memiliki karakteristik yang berbeda, sehingga perlu dilakukan perbandingan untuk menentukan metode paling tepat pada kasus distribusi satu kendaraan (Peranginangin, J., dkk., 2021). Keempat, diperlukan model matematis yang sederhana, terukur, dan dapat digunakan sebagai dasar pengambilan keputusan operasional dalam distribusi SPPG.

2 METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif, dengan desain studi komparatif untuk membandingkan efisiensi dan efektivitas beberapa metode optimasi rute distribusi pada Satuan Pelayanan Pemenuhan Gizi (SPPG) ke sekolah-sekolah tujuan (Peranginangin, J., dkk., 2021; Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023; Azahra, M., & Habiburrohman, M., 2025). Pendekatan kuantitatif dipilih karena merupakan pendekatan yang dapat menampung model matematis, di

tengah minimnya penelitian ilmiah distribusi makan bergizi gratis (MBG) oleh SPPG yang menggunakan pendekatan kuantitatif, dan cenderung lebih banyak menggunakan pendekatan kualitatif. Penelitian berfokus pada pengukuran kinerja metode berdasarkan indikator numerik yang terukur seperti total jarak tempuh, waktu distribusi, dan waktu komputasi (Sugiyono, 2011).

Sumber data diperoleh dari guru-guru PIC MBG masing-masing sekolah yang berhubungan dengan kepala Satuan Pelayanan Pemenuhan Gizi (SPPG) kelurahan Tamansari, kecamatan Setu, kabupaten Bekasi, serta observasi langsung di lapangan. Data tersebut adalah data rute distribusi, kendaraan distribusi, lokasi tujuan, BBM yang digunakan. Gambar 1 menunjukkan kerangka konseptual dari penelitian ini.

Objek penelitian dimodelkan sebagai sistem distribusi dari satu titik asal, yaitu SPPG yang menuju beberapa titik tujuan, yaitu sekolah penerima MBG. Struktur distribusi direpresentasikan dalam bentuk graf berbobot $G = (V, E)$, dengan V (*Vertex*) menyatakan himpunan simpul yang terdiri atas dapur SPPG dan sekolah tujuan. Sedangkan E (*Edge*) menyatakan himpunan sisi yang menghubungkan antar simpul. Bobot pada setiap sisi dinyatakan sebagai jarak tempuh antar lokasi (Ahuja, R.K., et al., 1995). Dalam penelitian ini simpul v_0 menyatakan SPPG sebagai dapur, sedangkan simpul $v_1, v_2, \dots, v_n$ menyatakan sekolah tujuan.

Secara matematis, permasalahan distribusi yang menggunakan 1 unit kendaraan untuk ke beberapa tujuan, tergolong sebagai *Travelling Salesman Problem (TSP)*, yaitu menentukan urutan kunjungan ke seluruh sekolah dengan total jarak minimum, di mana kendaraan berangkat dari dapur dan kembali ke dapur setelah seluruh titik tujuan dikunjungi. Fungsi objektif penelitian dinyatakan sebagai berikut :

$$\min Z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} x_{ij}, \quad i \neq j$$

dengan :

Z : total jarak distribusi

d_{ij} : jarak dari titik i ke titik j

x_{ij} : variable keputusan biner, bernilai 1 jika lintasan dari titik i ke titik j dipilih, dan 0 jika tidak.

Model tersebut dibatasi oleh kendala bahwa setiap sekolah harus dikunjungi tepat satu kali dan kendaraan harus kembali ke depot, yaitu :

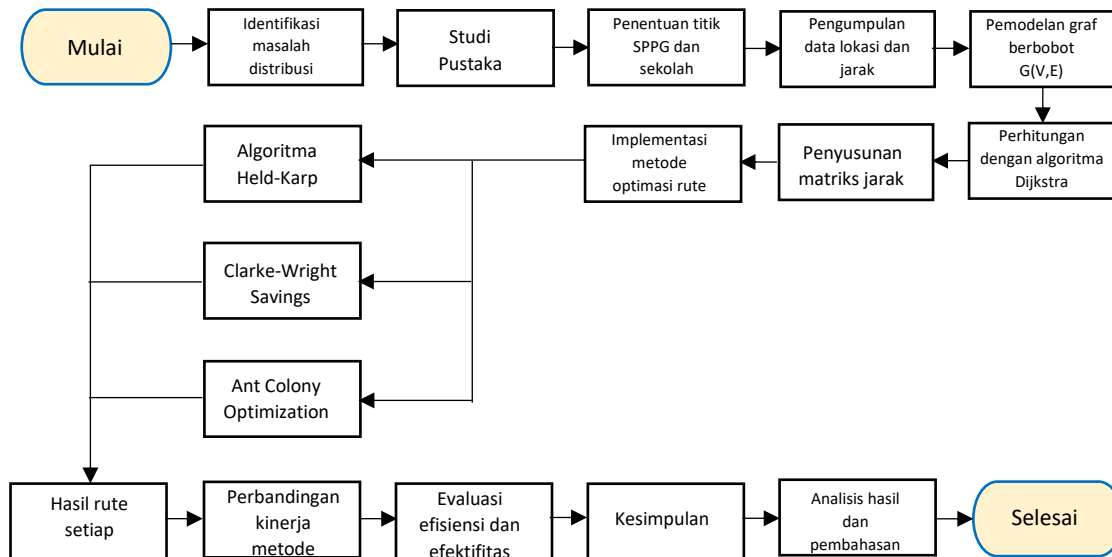
$$\sum_{j=0, j \neq i}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i$$

$$\sum_{i=0, i \neq j}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}$$

Sebelum proses optimasi rute dilakukan, penelitian ini terlebih dahulu menyusun matriks antar simpul. Jarak antar lokasi diperoleh menggunakan *algoritma Dijkstra*, yaitu algoritma pencari lintasan terpendek dari satu simpul ke simpul lain pada graf berbobot non-negatif (Dijkstra, E.W., 1959). Hasil perhitungan *Dijkstra* digunakan sebagai input utama bagi seluruh metode optimasi yang dibandingkan. Adapun posisi *Dijkstra* dalam penelitian ini bukan sebagai metode pembandingan utama, melainkan sebagai alat untuk membentuk matriks jarak terpendek antar lokasi distribusi.

Setelah matriks jarak terbentuk, optimasi rute dilakukan menggunakan tiga metode, yaitu *Algoritma Held-Karp*, *Clarke-Wright Savings*, dan *Ant Colony Optimization*. Ketiga metode tersebut dipilih karena merepresentasikan tiga kelompok pendekatan yang berbeda, yaitu metode *eksak*, *heuristik*, dan *metaheuristik*.



Gambar 1. Kerangka Konseptual.

2.1 Algoritma Held-Karp

Algoritma Held-Karp merupakan metode eksak berbasis *dynamic programming* untuk menyelesaikan persoalan *TSP* secara optimal. Prinsip dasar metode ini adalah memecah permasalahan besar menjadi submasalah yang lebih kecil, kemudian menyimpan solusi submasalah tersebut agar tidak dihitung berulang (Held & Karp, 1962; Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023; Ade, A. Z. E. Z., dkk., 2024).

Secara matematis, biaya minimum untuk mencapai simpul j dari dapur setelah mengunjungi seluruh sekolah tujuan dalam himpunan S dinyatakan sebagai :

$$C(S, j) = \min_{i \in S, i \neq j} \{C(S - \{j\}, i) + d_{ij}\}$$

dengan kondisi awal :

$$C(\{j\}, j) = d_{0j}$$

adapun Solusi optimal total diperoleh melalui :

$$Z^* = \min_{j \in V - \{0\}} \{C(V - \{0\}, j) + d_{j0}\}$$

Metode *Held-Karp* digunakan sebagai acuan solusi optimal dalam penelitian ini, terutama karena jumlah titik distribusi relatif kecil, sehingga perhitungan masih memungkinkan dilakukan secara efisien. Hasil dari metode ini kemudian digunakan sebagai dasar perbandingan untuk menilai kualitas solusi metode lainnya (Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023; Ade, A. Z. E. Z., dkk., 2024).

2.2 Algoritma Clarke-Wright Savings

Algoritma Clarke-Wright Savings merupakan metode *heuristic* yang banyak digunakan dalam persoalan distribusi dan logistik, terutama untuk membangun rute efisien berdasarkan penghematan jarak. Meskipun awalnya dikembangkan untuk *Vehicle Routing Problem (VRP)*,

metode ini dapat diadaptasi pada kasus satu kendaraan sebagai pembentuk rute distribusi yang efisien (Clarke & Wright, 1964; Rupiah, S., dkk., 2017; Azahra, M., Habiburrohman, M., 2025).

Konsep utama metode ini adalah menghitung nilai penghematan apabila dua titik tujuan i dan j digabungkan dalam satu rute. Nilai savings dihitung dengan rumus :

$$S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$$

dengan :

S_{ij} : nilai penghematan jika titik i dan j dihubungkan langsung,

d_{0i} : jarak depot ke titik i

d_{0j} : jarak depot ke titik j

d_{ij} : jarak antara titik i dan j

Semakin besar nilai S_{ij} , semakin besar penghematan yang diperoleh jika kedua titik tersebut digabungkan dalam satu lintasan. Langkah perhitungan dilakukan dengan menyusun seluruh nilai savings, mengurutkannya dari terbesar ke terkecil, lalu membentuk rute secara bertahap dengan tetap memperhatikan kelayakan lintasan.

Dalam penelitian ini, *Clarke-Wright Savings* digunakan sebagai pembanding dari kelompok *heuristic*, karena metode ini lebih sederhana, cepat, dan sangat relevan dengan konteks distribusi nyata (Rupiah, S., dkk., 2017; Azahra, M., Habiburrohman, M., 2025).

2.3 Ant Colony Optimization

Ant Colony Optimization (ACO) merupakan metode *metaheuristic* yang meniru perilaku semut dalam mencari jalur terpendek menuju sumber makanan melalui jejak *feromon*. Pada persoalan *TSP*, setiap semut buatan membangun rute dengan mempertimbangkan dua komponen utama, yaitu intensitas *feromon* dan visibilitas jarak (Dorigo & Gambardella, 1997; Peranginangin, J., dkk., 2021; Hasan, F., 2024).

Peluang semut ke- k untuk bergerak dari titik i ke titik j dirumuskan sebagai :

$$P_{ij} = \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{k \in allowed} [\tau_{ik}]^\alpha [\eta_{ik}]^\beta}$$

dengan :

τ_{ij} : intensitas feromon pada sisi (i, j)

$\eta_{ij} : \frac{1}{d_{ij}}$: nilai heuristic berdasarkan jarak

α : parameter pengaruh feromon

β : parameter pengaruh jarak

allowed : himpunan simpul yang belum dikunjungi.

Setelah rute selesai, feromon diperbarui dengan rumus sederhana :

$$\Delta\tau = \frac{Q}{L}$$

dengan :

Q : konstanta

L : total Panjang rute

Semakin kecil nilai L , semakin besar nilai feromon yang diberikan pada rute tersebut.

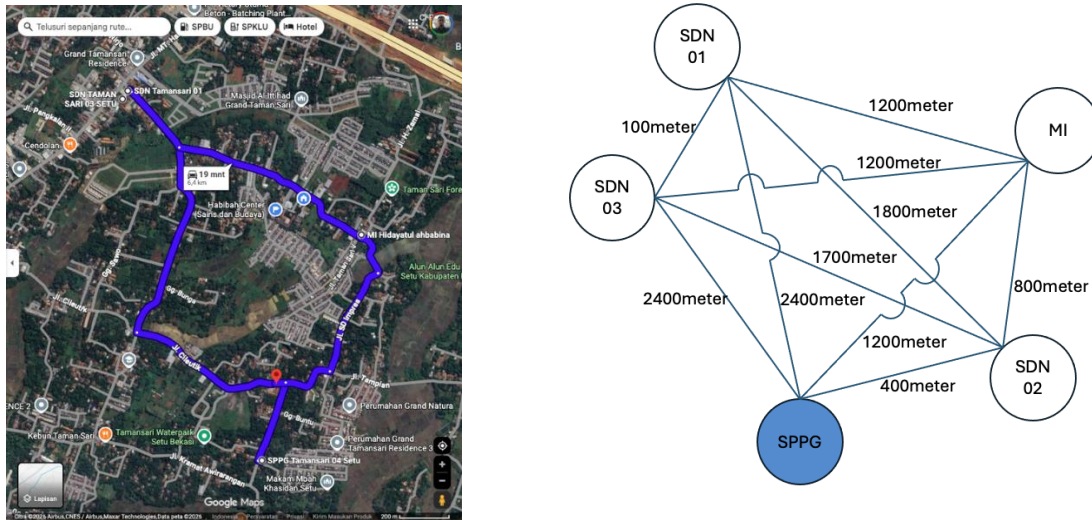
Metode ACO digunakan dalam penelitian ini karena mampu memberikan solusi yang baik pada persoalan optimasi rute dan banyak digunakan dalam distribusi modern. Sebagai *metaheuristic*, ACO tidak selalu menghasilkan solusi optimal global, tetapi dapat menghasilkan solusi mendekati optimal dalam waktu komputasi yang relatif baik (Peranginangin, J., dkk., 2021; Hasan, F., 2024).

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Deskripsi Graf Distribusi

Penelitian ini menggunakan studi kasus distribusi makanan dari satu titik pusat layanan, yaitu SPPG, menuju empat titik sekolah penerima (Gambar 2), yaitu SDN 01, SDN 02, SDN 03, dan MI. Sistem distribusi dimodelkan dalam bentuk graf berbobot tidak berarah, dengan simpul merepresentasikan lokasi dan sisi merepresentasikan jalur distribusi (Gambar 3). Bobot pada setiap sisi menunjukkan jarak antar lokasi dalam satuan meter.

Titik SPPG berperan sebagai depot atau titik awal kendaraan. Kendaraan berangkat dari SPPG, mengunjungi seluruh sekolah, dan kembali lagi ke SPPG. Oleh karena itu, permasalahan ini dapat dikategorikan sebagai permasalahan rute kendaraan satu depot dan satu kendaraan, atau dalam bentuk sederhananya dapat dimodelkan sebagai *Traveling Salesman Problem (TSP)*.



Gambar 2. (a)Rute dan(b) Graf Lengkap SPPG 04 Tamansari ke SDN 01, 02, 03, MI Tamansari

Data jarak yang digunakan dalam penelitian ini disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Matriks Jarak Antar Simpul (dalam satuan meter).

Dari/Ke	SPPG 04	SDN 01	SDN 02	SDN 03	MI
SPPG 04	0	2400	400	2400	1200
SDN 01	2400	0	1800	100	1200
SDN 02	400	1800	0	1700	800
SDN 03	2400	100	1700	0	1200
MI	1200	1200	800	1200	0

Sumber: Data Diolah.

Dalam penelitian ini, rute tercepat diasumsikan sebagai rute dengan jarak terpendek. Asumsi tersebut digunakan karena data waktu tempuh aktual, kecepatan kendaraan, hambatan lalu lintas, kondisi jalan, serta waktu berhenti pada setiap sekolah belum dimasukkan ke dalam model.

3.2 Definisi Dasar Model

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya memiliki nilai numerik tertentu yang disebut bobot, dalam konteks optimasi rute distribusi, simpul merepresentasikan lokasi, sisi merepresentasikan jalur antar lokasi, sedangkan bobot sisi merepresentasikan jarak atau biaya

perjalanan antar lokasi. (Ahuja, Magnati, & Orlin, 1993; Braekers et al., 2016; Elshaer & Awad, 2020; Wu et al., 2021).

Graf berbobot adalah pasangan :

$$G = (V, E, w)$$

dengan :

V : himpunan simpul (*vertex*).

E : himpunan sisi (*edge*) yang menghubungkan antar simpul.

w : bobot sisi yang menyatakan jarak antar simpul.

Pada penelitian ini, himpunan simpul dinyatakan sebagai :

$$V = \{SPPG04, SDN01, SDN02, SDN03, MI\}$$

Sedangkan bobot sisi w_{ij} menyatakan jarak dari simpul i ke simpul j .

Rute distribusi adalah urutan perjalanan kendaraan dari satu titik awal menuju sejumlah titik layanan, kemudian kembali ke depot dengan tujuan tertentu, misalnya meminimumkan jarak tempuh, waktu perjalanan, biaya operasional (Braekers et al., 2016; Elshaer & Awad, 2020; Moghdani et al., 2021).

Secara umum rute distribusi dapat ditulis sebagai :

$$R = (v_0, v_1, v_2, \dots, v_n, v_0,)$$

dengan :

v_0 : depot atau SPPG

$v_1, v_2, \dots, v_n$: sekolah yang dikunjungi

Setiap sekolah dikunjungi satu kali

Kendaraan kembali ke titik awal

Fungsi tujuan dalam penelitian ini adalah meminimumkan total total biaya perjalanan atau total jarak yang ditempuh kendaraan dalam melayani seluruh titik layanan (Braekers et al., 2016; Elshaer & Awad, 2020).

$$\min Z = \sum_{i=0}^n d(v_i, v_{i+1})$$

dengan :

Z : total jarak distribusi

$d(v_i, v_{i+1})$: jarak dari simpul v_i ke simpul berikutnya v_{i+1} .

Konsumsi BBM adalah jumlah bahan bakar yang dibutuhkan kendaraan untuk menempuh suatu rute perjalanan sebagai indikator efisiensi distribusi (Koç et al., 2016; Bektaş et al., 2019; Moghdani et al., 2021).

Rasio konsumsi BBM yang digunakan adalah :

$$1 \text{ liter} = 13 \text{ km}$$

Harga BBM Paltelite (Sumber : pertaminapatraniaga.com, Mei 2026) :

$$\text{Rp } 10.000, -/\text{liter}$$

Maka konsumsi BBM dihitung dengan rumus :

$$BBM = \frac{\text{Total jarak dalam km}}{13}$$

Sedangkan biaya BBM dihitung dengan rumus :

$$\text{Biaya BBM} = \text{BBM} \times 10.000$$

3.3 Lemma Pendukung

Lemma 1. Hubungan Rute Terpendek dan Rute Tercepat

Jika kecepatan kendaraan pada setiap ruas jalan dianggap konstan dan kondisi lalu lintas dianggap sama, maka dengan total jarak terpendek juga merupakan rute dengan waktu tempuh tercepat (Braekers et al., 2016; Ritzinger et al., 2016; Elshaer & Awad, 2020).

Bukti :

Waktu tempuh dapat dinyatakan sebagai :

$$t = \frac{s}{v}$$

dengan :

t : waktu tempuh

s : jarak tempuh

v : kecepatan kendaraan

Jika v dianggap tetap, maka nilai t hanya bergantung pada jarak s . Semakin kecil jarak, semakin kecil waktu tempuh. Dengan demikian, meminimumkan jarak sama dengan meminimumkan waktu tempuh.

Lemma 2. Rute Optimal pada *Traveling Salesman Problem*

Pada *Traveling Salesman Problem*, suatu rute dikatakan optimal apabila rute tersebut mengunjungi setiap titik tujuan tepat satu kali, kembali ke titik awal, dan memiliki total jarak paling minimum dibandingkan seluruh rute feasible lainnya (Braekers et al., 2016; Ritzinger et al., 2016; Elshaer & Awad, 2020; Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023; Ade, A. Z. E. Z., dkk., 2024).

Bukti :

Pada kasus ini terdapat empat sekolah yang harus dikunjungi. Jumlah kemungkinan urutan kunjungan adalah :

$$4! = 24$$

Artinya, secara teoritis terdapat 24 kemungkinan rute yang dapat dibandingkan. Metode eksak seperti Held-Karp mengevaluasi kemungkinan tersebut secara sistematis sehingga mampu memastikan rute dengan jarak minimum global.

Lemma 3. Rute Terdekat Secara Lokal Belum Tentu Optimal Secara Global

Pemilihan titik terdekat pada setiap langkah tidak selalu menghasilkan rute total paling pendek (Rupiah, S., dkk., 2017; Peranginangin, J., dkk., 2021; Azahra, M., Habiburrohman, M., 2025).

Bukti :

Dari SPPG 04, titik terdekat adalah SDN 02 dengan jarak 400 meter. Dari SDN 02, titik terdekat berikutnya adalah MI dengan jarak 800 meter. Jika menggunakan logika lokal terdekat, salah satu rute yang terbentuk adalah :

$$SPPG\ 04 \rightarrow SDN02 \rightarrow MI \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN03 \rightarrow SPPG$$

Total jarak :

$$400 + 800 + 1200 + 100 + 2400 = 4900\ meter$$

Padahal terdapat rute lain :

$$PPG\ 04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG$$

Total jarak :

$$400 + 1700 + 100 + 1200 + 1200 = 4600\ meter$$

Hal ini menunjukkan bahwa pendekatan lokal belum tentu menghasilkan solusi optimal secara keseluruhan.

3.4 Hasil Optimasi dengan Algoritma Held-Karp

Held-Karp merupakan algoritma eksak berbasis pemrograman dinamis untuk menyelesaikan *Traveling Salesman Problem*. Dalam studi kasus ini, *Held-Karp* digunakan karena kendaraan harus :

- Berangkat dari SPPG
- Mengunjungi seluruh sekolah
- Setiap sekolah dikunjungi satu kali
- Kembali ke SPPG
- Meminimumkan total jarak perjalanan

Permasalahan tersebut sesuai dengan struktur dasar *TSP*.

Misalkan :

$$D(S, j)$$

Menyatakan jarak minimum dari SPPG, mengunjungi semua simpul dalam himpunan S , dan berakhir di simpul j .

Rumus dasar *Held-Karp* adalah :

$$D(S, j) = \min_{i \in S, i \neq j} \{D(S - \{j\}, i) + d_{ij}\}$$

dengan kondisi awal :

$$D(\{j\}, j) = d_{0j}$$

adapun solusi optimal total diperoleh melalui :

$$Z^* = \min_{j \in V - \{0\}} \{D(V - \{0\}, j) + d_{j0}\}$$

Keterangan :

0 : SPPG

j : simpul terakhir sebelum kembali ke SPPG

d_{ij} : jarak dari simpul i ke simpul j

Z^* : total jarak minimum

Berdasarkan perhitungan pemrograman dinamis, diperoleh beberapa kandidat rute sebagai berikut.

Tabel 2. Kandidat Rute dan Total Jarak.

No.	Rute	Total Jarak
1	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$	4600 m
2	$SPPG04 \rightarrow MI \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN02 \rightarrow SPPG04$	4600 m
3	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN03 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$	4700 m
4	$SPPG04 \rightarrow MI \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN02 \rightarrow SPPG04$	4700 m
5	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow MI \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN03 \rightarrow SPPG04$	4900 m
6	$SPPG04 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SDN02 \rightarrow SPPG04$	4900 m
7	$SPPG04 \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN02 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$	6200 m
8	$SPPG04 \rightarrow MI \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow SPPG04$	6200 m
9	$SPPG04 \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN03 \rightarrow MI \rightarrow SDN02 \rightarrow SPPG04$	4900 m
10	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SDN03 \rightarrow SPPG04$	7000 m

Sumber: Data Diolah.

Dari hasil tersebut, nilai minimum pada Tabel 2 adalah :

$$Z^* = 4600 \text{ m}$$

Rute optimalnya adalah :

$$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG$$

Rute kebalikannya juga memiliki nilai yang sama, yaitu :

$$SPPG04 \rightarrow MI \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN02 \rightarrow SPPG$$

Perhitungan total jarak rute optimal :

$$400 + 1700 + 100 + 1200 + 1200 = 4600 \text{ m} = 4,6 \text{ km}$$

Konsumsi BBM :

$$\frac{4,6}{13} = 0,3538 \text{ liter}$$

Biaya BBM :

$$0,3538 \times 10.000 = \text{Rp } 3.538, -$$

Held-Karp menghasilkan rute optimal dengan total jarak 4.600 meter. Keunggulan utama metode ini bukan hanya menghasilkan rute pendek, tetapi mampu memastikan bahwa rute tersebut merupakan solusi minimum global. Hal ini berbeda dengan metode *heuristik* yang hanya menghasilkan solusi pendek tanpa jaminan bahwa solusi tersebut adalah yang paling optimal.

Pada kasus ini, keunggulan *Held-Karp* terlihat dari kemampuannya menghindari keputusan lokal yang tampak baik tetapi tidak optimal. Sebagaimana sudah dijelaskan sebelumnya pada pembahasan *Dijkstra* di atas.

Dengan demikian, *Held-Karp* lebih tepat digunakan sebagai metode utama pada studi kasus ini karena jumlah titik relatif kecil dan tujuan penelitian adalah memperoleh rute optimal secara eksak.

3.5 Hasil Optimasi dengan *Clarke-Wright Savings*

Clarke-Wright Savings merupakan metode heuristik yang banyak digunakan dalam masalah distribusi kendaraan. Prinsip dasarnya adalah menghitung penghematan jarak apabila dua titik layanan digabung ke dalam satu rute.

Rumus *Clarke-Wright Savings* adalah

$$S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$$

dengan:

S_{ij} : nilai penghematan jika titik i dan j dihubungkan langsung,

d_{0i} : jarak depot ke titik i

d_{0j} : jarak depot ke titik j

d_{ij} : jarak antara titik i dan j

Pada tabel 6 tahap awal, setiap sekolah diasumsikan dilayani terpisah.

Tabel 3. Rute Awal Distribusi Terpisah.

No.	Rute Awal	Total Jarak
1	$SPPG04 \rightarrow SDN01 \rightarrow SPPG04$	4800 m
2	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SPPG04$	800 m
3	$SPPG04 \rightarrow SDN03 \rightarrow SPPG04$	4800 m
4	$SPPG04 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$	2400 m
Total Awal		12800 m

Sumber: Data Diolah.

Tabel 4. Perhitungan Savings.

Pasangan	Perhitungan	Savings
SDN01-SDN03	$2400 + 2400 - 100$	4700 m
SDN01-MI	$2400 + 1200 - 1200$	2400 m

SDN03-MI	$2400 + 1200 - 1200$	2400 m
SDN02-SDN03	$400 + 2400 - 1700$	1100 m
SDN01-SDN02	$2400 + 400 - 1800$	1000 m
SDN02-MI	$400 + 1200 - 800$	800 m

Sumber: Data Diolah.

Nilai savings terbesar pada tabel 4 adalah pasangan SDN01-SDN03 sebesar 4.700 meter. Oleh karena itu, kedua titik tersebut digabung terlebih dahulu.

Rute sementara :

$$SPPG04 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow SPPG04$$

Selanjutnya, MI digabung melalui pasangan SDN01-MI atau SDN03-MI yang sama-sama memiliki *savings* 2.400 meter. Dalam penelitian ini dipilih penggabungan melalui SDN01-MI sehingga rute menjadi :

$$SPPG04 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$$

Kemudian SDN02 digabung melalui pasangan SDN02-SDN03 sehingga diperoleh rute akhir :

$$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$$

Total jarak :

$$400 + 1700 + 100 + 1200 + 1200 = 4600 \text{ m}$$

Konsumsi BBM :

$$\frac{4,6}{13} = 0,3538 \text{ liter}$$

Biaya BBM :

$$0,3538 \times 10.000 = \text{Rp } 3.538, -$$

Penghematan jarak dibandingkan rute awal :

$$12800 - 4600 = 8200 \text{ m}$$

Persentase penghematan :

$$\frac{8200}{12800} \times 100\% = 64,06\%$$

Clarke-Wright Savings menghasilkan rute yang sama dengan *Held-Karp*, yaitu total jarak 4.600 meter. Metode ini menunjukkan bahwa penggabungan rute distribusi dapat menurunkan jarak dari 12.800 meter menjadi 4.600 meter. Dengan demikian, terdapat penghematan sebesar 8.200 meter atau 64,06%.

Keunggulan metode ini adalah mudah dipahami dan relevan untuk konteks distribusi. Nilai *savings* memberikan gambaran langsung mengenai seberapa besar penghematan yang diperoleh ketika dua titik digabung dalam satu rute.

Namun, *Clarke-Wright Savings* memiliki kelemahan karena bersifat heuristik. Artinya, metode ini tidak selalu menjamin solusi optimal. Pada kasus ini terdapat nilai *savings* yang sama, yaitu pada pasangan SDN01-MI dan SDN03-MI. Jika pemilihan penggabungan tidak hati-hati, rute yang terbentuk dapat berbeda. Oleh karena itu, hasil *Clarke-Wright* perlu dibandingkan dengan metode *eksak* seperti *Held-Karp* untuk memastikan bahwa rute yang diperoleh benar-benar optimal

3.6 Hasil Optimasi dengan *Ant Colony Optimization (ACO)*

Ant Colony Optimization adalah metode metaheuristik yang meniru perilaku koloni semut dalam mencari jalur terpendek. Dalam metode ini, semut buatan memilih rute berdasarkan dua faktor utama :

- *Feromon*, yaitu jejak yang menunjukkan pengalaman rute sebelumnya.
- *Heuristik* jarak, yaitu kecenderungan memilih jalur yang lebih pendek.

Secara umum, peluang semut berpindah dari simpul i ke simpul j (Dorigo & Gambardella, 1997; Peranginangin, J., dkk., 2021; Hasan, F., 2024) dapat dinyatakan sebagai:

$$P_{ij} = \frac{[\tau_{ij}]^{\alpha} [\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{k \in allowed} [\tau_{ik}]^{\alpha} [\eta_{ik}]^{\beta}}$$

dengan :

τ_{ij} : intensitas *feromon* pada sisi (i, j)

$\eta_{ij} : \frac{1}{d_{ij}}$: nilai *heuristic* berdasarkan jarak

α : parameter pengaruh *feromon*

β : parameter pengaruh jarak

allowed : himpunan simpul yang belum dikunjungi.

Setelah rute selesai, *feromon* diperbarui dengan rumus sederhana :

$$\Delta\tau = \frac{Q}{L}$$

dengan:

Q : konstanta

L : total Panjang rute

Semakin kecil nilai L , semakin besar nilai *feromon* yang diberikan pada rute tersebut.

Dalam simulasi *ACO*, beberapa kandidat rute yang muncul dapat dibandingkan berdasarkan panjang rute dan nilai *feromon* sederhana. Misalnya digunakan $Q=1$, maka :

$$\Delta\tau = \frac{1}{L}$$

Tabel 5. Kandidat Rute dan Nilai Feromon.

Rute	Total Jarak	Nilai Feromon Sederhana
<i>SPPG04</i> → <i>SDN02</i> → <i>SDN03</i> → <i>SDN01</i> → <i>MI</i> → <i>SPPG04</i>	4,6 km	0,2174
<i>SPPG04</i> → <i>MI</i> → <i>SDN01</i> → <i>SDN03</i> → <i>SDN02</i> → <i>SPPG04</i>	4,6 km	0,2174
<i>SPPG04</i> → <i>SDN02</i> → <i>SDN01</i> → <i>SDN03</i> → <i>MI</i> → <i>SPPG04</i>	4,7 km	0,2128
<i>SPPG04</i> → <i>SDN02</i> → <i>MI</i> → <i>SDN01</i> → <i>SDN03</i> → <i>SPPG04</i>	4,9 km	0,2041
<i>SPPG04</i> → <i>SDN01</i> → <i>SDN03</i> → <i>SDN02</i> → <i>MI</i> → <i>SPPG04</i>	6,2 km	0,1613

Sumber: Data Diolah.

Pada tabel 5, rute dengan total jarak 4,6 km memiliki *feromon* terbesar, yaitu 0,2174. Dengan demikian, dalam iterasi berikutnya rute tersebut memiliki peluang lebih besar untuk dipilih.

Rute terbaik *ACO* adalah :

$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$

Total jarak :

$$400 + 1700 + 100 + 1200 + 1200 = 4600 \text{ m} = 4,6 \text{ km}$$

Konsumsi BBM :

$$\frac{4,6}{13} = 0,3538 \text{ liter}$$

Biaya BBM :

$$0,3538 \times 10.000 = \text{Rp } 3.538,-$$

ACO menghasilkan rute yang sama dengan *Held-Karp* dan *Clarke-Wright*, yaitu 4.600 meter. Dalam konteks ini, ACO berhasil menemukan rute terbaik karena rute tersebut memiliki nilai feromon terbesar. Namun, perlu diperhatikan bahwa ACO bersifat *probabilistik* sehingga hasilnya dapat dipengaruhi oleh parameter, seperti jumlah semut, jumlah iterasi, nilai *evaporasi feromon*, pengaruh jarak, dan pengaruh *feromon*.

Pada kasus kecil dengan empat sekolah, ACO relatif terlalu kompleks apabila dijadikan metode utama. Namun, ACO tetap bermanfaat sebagai metode pembandingan, terutama jika penelitian dikembangkan pada jumlah titik distribusi yang lebih besar.

3.7 Perbandingan Hasil Antar Metode

Tabel 6. Rekapitulasi Hasil Optimasi

Metode	Rute	Total Jarak	BBM	Biaya BBM
Dijkstra	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$	4,6 km	0,354 l	Rp 3.538,-
Held-Karp	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$	4,6 km	0,354 l	Rp 3.538,-
Clarke-Wright Savings	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$	4,6 km	0,354 l	Rp 3.538,-
Ant Colony Optimization	$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$	4,6 km	0,354 l	Rp 3.538,-

Sumber: Data Diolah.

Berdasarkan Tabel 6, seluruh metode menghasilkan rute terbaik yang sama, yaitu :

$SPPG04 \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG04$

Total jarak :

$$400 + 1700 + 100 + 1200 + 1200 = 4600 \text{ m} = 4,6 \text{ km}$$

Konsumsi BBM :

$$\frac{4,6}{13} = 0,3538 \text{ liter}$$

Biaya BBM :

$$0,3538 \times 10.000 = \text{Rp } 3.538,-$$

4 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pemodelan dan perhitungan, distribusi makanan dari SPPG menuju empat sekolah penerima dapat dimodelkan sebagai graf berbobot tidak berarah. Simpul merepresentasikan lokasi, yaitu SPPG, SDN01, SDN02, SDN03, dan MI, sedang sisi merepresentasikan jarak antar lokasi. Karena satu unit kendaraan berangkat dari SPPG, mengunjungi seluruh sekolah, dan kembali ke SPPG, maka permasalahan ini sesuai dimodelkan

sebagai *Traveling Salesman Problem* (Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A., 2023; Ade, A. Z. E. Z., dkk., (2024). Yang menghasilkan rute distribusi optimal, yaitu : $SPPG \rightarrow SDN02 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN01 \rightarrow MI \rightarrow SPPG$, rute kebalikannya juga menghasilkan total jarak yang sama, yaitu : $SPPG \rightarrow MI \rightarrow SDN01 \rightarrow SDN03 \rightarrow SDN02 \rightarrow SPPG$ dengan total jarak minimum yang diperoleh adalah $4.600 \text{ meter} = 4,6 \text{ km}$ dan membutuhkan bahan bakar optimalnya adalah $0,3538 \text{ liter}$, atau estimasi biaya BBMnya adalah $Rp 3.538,-$. Adapun jika dibandingkan dengan rute awal terpisah sebesar $12,8 \text{ km}$, rute optimal menghasilkan penghematan jarak sebesar $64,06\%$. Ketiga algoritma optimasi rute mampu mengurangi jarak tempuh, konsumsi BBM, dan biaya operasional distribusi dengan hasil perhitungan yang sama. Namun, dalam studi kasus ini dari ketiga metode yang digunakan, *Algoritma Held-Karp* merupakan metode yang paling tepat dijadikan metode utama, karena sesuai dengan karakteristik permasalahan satu kendaraan, satu depot, dan beberapa titik layanan yang harus dikunjungi tepat satu kali sebelum ke depot. *Clarke-Wright Savings* relevan digunakan sebagai pembanding, karena mampu menunjukkan penghematan distribusi secara sederhana dan praktis. Sementara itu, *Ant Colony Optimization* dapat digunakan sebagai pembanding *metaheuristik*, terutama apabila penelitian dikembangkan pada jumlah titik distribusi yang lebih besar. Secara umum, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pendekatan graf berbobot dan algoritma optimasi rute dapat digunakan untuk merancang sistem rute distribusi MBG yang lebih efisien, terukur, dan dapat dipertanggungjawabkan secara matematis. Penelitian ini juga menunjukkan bahwa pemilihan rute keseluruhan, sehingga diperlukan metode optimasi rute yang mampu mempertimbangkan total jarak perjalanan secara global.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulisan mengucapkan terima kasih kepada Universitas Terbuka yang telah menerbitkan surat permohonan izin pengambilan data; dosen pembimbing artikel ilmiah yaitu Ibu Tri Wijayanti Septiarini, S.Si., M.Sc.; dosen pembimbing proposal artikel ilmiah yaitu Ibu Arsyelina Husni Johan, S.Si., M.Si; Istri dan Anak-anak yang telah support lahir bathin dan rela berkorban atas berkurangnya family time; rekan mahasiswa FST UT prodi Matematika satu angkatan yaitu Kak Siti Maria Hiptiyah yang berbagi pengalaman dalam merencanakan dan membuat artikel ilmiah; juga penulis berterima kasih ke semua pihak yang telah berkontribusi sehingga terlahirnya artikel ilmiah ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Ade, A. Z. E. Z., Syarifah Putri Agustini Alkadri, & Izhan Fakhruzi. (2024). Travel application itinerary using the traveling salesman problem method and the held-karp algorithm. *TEKNOSAINS : Jurnal Sains, Teknologi Dan Informatika*, 11(1), 103-111. <https://doi.org/10.37373/tekno.v11i1.682>
- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., Orlin, J. B., & Reddy, M. R. (1995). Chapter 1 Applications of network optimization, *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Elsevier, Volume 7, 1-83. [https://doi.org/10.1016/S0927-0507\(05\)80118-5](https://doi.org/10.1016/S0927-0507(05)80118-5)
- Azahra, M., & Habiburrohman, M. (2025). A Minimization of Fuel Costs in Pharmaceutical Distribution Using Clarke-Wright Savings Heuristic and Nearest Neighbor Methods. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 13(3), 545-553. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v13n3.p545-553>
- Kedeputian Sstem dan Tata Kelola Badan Gizi Nasional. (2025). Distribusi dan Penyajian Makanan. Pedoman Umum Sistem dan Tata Kelola Badan Gizi Nasional Untuk Program

- Makan Bergizi Gratis. Badan Gizi Nasional. Hal 107. Diakses pada tanggal 19 April 2026. <https://www.bgn.go.id/juknis/LEP9KP-pedoman-umum-sistem-dan-tata-kelola-badan-gizi-nasional-untuk-program-makan-bergizi-gratis>
- Bektaş, T., Ehmke, J. F., Psaraftis, H. N., & Puchinger, J. (2019). The role of operational research in green freight transportation. *European Journal of Operational Research*, 274(3), 807–823. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.06.001>
- Braekers, K., Ramaekers, K., & Van Nieuwenhuyse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, 99, 300–313. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>
- Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4), 568-581. <https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>
- Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1, 269–271. <https://doi.org/10.1007/BF01386390>.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., & Colomi, A. (1996). Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics, part b (cybernetics)*, 26(1), 29-41. <https://doi.org/10.1109/3477.484436>
- Elshaer, R., & Awad, H. (2020). A taxonomic review of metaheuristic algorithms for solving the vehicle routing problem and its variants. *Computers & Industrial Engineering*, 140, 106242. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106242>
- Hasan, F. (2024). Perbandingan Algoritma Ant Colony Optimization, Partical Swarm Optimization dan Firefly Algoritma pada Maximum Power Point Tracking dalam Kondisi PV Partial Shadding. *Akiratech*, 1(2), 81-88. <https://doi.org/10.63935/akiratech.v1i2.35>
- Held, M., & Karp, R. M. (1962). A dynamic programming approach to sequencing problems. *Journal of the Society for Industrial and Applied mathematics*, 10(1), 196-210. <https://doi.org/10.1137/0110015>
- Koç, Ç., Bektaş, T., Jabali, O., & Laporte, G. (2016). Thirty years of heterogeneous vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, 249(1), 1–21. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.07.020>
- Moghdani, R., Salimifard, K., Demir, E., & Benyettou, A. (2021). The green vehicle routing problem: A systematic literature review. *Journal of Cleaner Production*, 279, 123691. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123691>
- Peranginangin, J., Purba, R., & Halim, A. (2021). Analisis perbandingan algoritma ACO-TS dan ACO-SMARTER dalam menyelesaikan Traveling Salesman Problem. *Jurnal Media Informatika Budidarma*, 5(4), 1698–1705. <https://doi.org/10.30865/mib.v5i4.3283>
- Prasetyo, Y. B., & Romli, M. A. Implementation of Held-Karp Algorithm to Calculate Shortest Route Path. Diakses pada tanggal 19 April 2026. https://www.researchgate.net/profile/Moh-Romli-2/publication/378776414_IJNTR09120004_yulianto/links/65e99daae7670d36ab02561a/IJNTR09120004-yulianto.pdf?_cf_chl=tk=WqWZ4mf_uL2n36OABUhwzDFsnp6PvSnZdkJdQepJOIU-1781928056-1.0.1.1-31P0xVfFj5.muhR9SBDFmbrCV3HoGmLnPqUNkGZZdXo
- Pratiarso, A., Hadi, M. Z. S., Yuliana, M., & Wahyuningdyah, N. (2010). Perbandingan metode Ant Colony Optimization dan Dijkstra untuk pengembangan sistem pengiriman barang di Kantor Pos Area Surabaya Timur berbasis J2ME. *EEPIS*. Diakses pada tanggal 19 April 2026. https://scholar.google.co.id/scholar?cluster=14407116327187323746&hl=id&as_sdt=0,5

- Ritzinger, U., Puchinger, J., & Hartl, R. F. (2016). A survey on dynamic and stochastic vehicle routing problems. *International Journal of Production Research*, 54(1), 215–231. <https://doi.org/10.1080/00207543.2015.1043403>
- Rupiah, S., Mulyono, M., & Sugiharti, E. (2017). Efektivitas algoritma Clarke-Wright dan sequential insertion dalam penentuan rute pendistribusian tabung gas LPG. *UNNES Journal of Mathematics*, 6(2), 198-210. Diakses pada tanggal 19 April 2026. <https://journal.unnes.ac.id/sju/ujm/article/view/20484>
- Sugiyono, P. (2011). Metodologi penelitian kuantitatif kualitatif dan R&D. Alfabeta, Bandung, 62, 70. Diakses pada tanggal 19 April 2026 <https://id.scribd.com/document/391327717/Buku-Metode-Penelitian-Sugiyono>
- Wu, Z., Pan, S., Chen, F., Long, G., Zhang, C., & Yu, P. S. (2021). A comprehensive survey on graph neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 32(1), 4–24. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2020.2978386>