

ANALISIS KURVATURA HIJAB DRAPERY MENGGUNAKAN GEOMETRI DIFERENSIAL

Hening Sabrina Yufi Putri ^{1*}, Tri Wijayanti Septiarini ²

^{1,2} Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Terbuka

*Penulis korespondensi: heningsabina@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini memiliki tujuan untuk menganalisis kurvatura pada hijab *drapery* menggunakan geometri diferensial. Penelitian ini memodelkan pola lipatan hijab *drapery* yang diidelasikan sebagai gelombang kontinu dan lengkungan alami menggunakan kurva sinus dan kurva *catenary*. Metode yang dilakukan meliputi kurva sinus dan *catenary*, pembentukan permukaan parametrik tiga dimensi, analisis turunan parsial, menentukan vektor normal, serta analisis *mean curvature* dan *Gaussian curvature*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kurva sinus mampu merepresentasikan pola lipatan pada hijab sedangkan kurva *catenary* menunjukkan bahwa bentuk lengkungan alami dipengaruhi gravitasi. Analisis kurvatura menunjukkan bahwa permukaan memiliki satu arah kelengkungan utama sehingga *Gaussian curvature* bernilai nol, sedangkan *mean curvature* bernilai tidak nol. Penelitian ini menghasilkan model atau representasi matematis dari pola lipatan hijab *drapery*. Model yang diperoleh divisualisasikan menggunakan GeoGebra sehingga memperlihatkan hubungan antara permukaan parametrik dan karakteristik geometris pola lipatan hijab *drapery*. Pendekatan ini memberikan representasi matematis terhadap model lipatan hijab *drapery* melalui geometri diferensial.

Kata kunci: geometri diferensial, hijab *drapery*, kurvatura, kurva *catenary*, kurva sinus.

1 PENDAHULUAN

Matematika tidak hanya digunakan pada kajian teoritis saja, tapi juga dapat digunakan untuk mempresentasikan bentuk objek nyata secara geometris. Geometri diferensial merupakan salah satu cabang matematika yang mempelajari sifat-sifat kurva dan permukaan menggunakan konsep diferensial. Analisis terhadap permukaan meliputi parameterisasi, vector singgung, vector normal dan kurvatura sebagai ukuran kelengkungan permukaan (do Carmo, 2016). Dalam bidang fashion, teknik draping digunakan untuk membentuk lipatan dan gelombang kain secara langsung pada dress form, sehingga menghasilkan bentuk busana yang diinginkan (Aisyah & Rosmiaty, 2018). Karakteristik bahan Tekstil, seperti kelenturan dan kemampuan kain membentuk lipatan, berpengaruh terhadap hasil teknik draping pada busana (Aisyah & Rosmiaty, 2018). Perkembangan model hijab *drapery* semakin pesat saat ini. Hal ini mampu mendorong perkembangan fashion karena memiliki bentuk lipatan kain yang estetik dan kontinu.

Penelitian sebelumnya telah mengembangkan berbagai pendekatan matematis untuk memodelkan kurva dan permukaan, serta bentuk geometris tertentu. Namun, penerapan pendekatan tersebut pada objek lipatan hijab *drapery* masih belum banyak dikaji sehingga penelitian ini dilakukan untuk mengkaji kurvatura pada model hijab *drapery* menggunakan geometri diferensial. Representasi kurva dan permukaan parametrik dapat digunakan untuk membangun model geometri tiga dimensi sehingga memudahkan visualisasi bentuk suatu objek (Parhusip, Purnomo, Nugroho, & Kawuryan, 2021). (Mahardika, Noor, & Jahrudin, 2024) mengembangkan model matematis kurva *catenary* pada tali homogen yang dipengaruhi oleh gravitasi, tegangan tali, dan gaya gesek udara. Konsep matematis tersebut digunakan sebagai

inspirasi dalam pemodelan penelitian ini, tanpa menyatakan bahwa lipatan hijab identik dengan kurva catenary.

Penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa pendekatan geometri telah dimanfaatkan untuk memodelkan kurva dan permukaan parametrik dalam visualisasi objek tiga dimensi (Parhusip, Purnomo, Nugroho, & Kawuryan, 2021). Di bidang fashion, penelitian (Aisyah & Rosmiaty, 2018) membahas pengaruh karakteristik bahan tekstil terhadap pembentukan lipatan pada teknik draping, sedangkan (Khairunnisa & Utami, 2024) menerapkan teknik draping pada kain organza dalam pembuatan busana. Namun, penelitian-penelitian tersebut belum mengkaji karakteristik geometris lipatan hijab drapery menggunakan analisis kurvatura dalam geometri diferensial.

Berdasarkan telaah terhadap penelitian sebelumnya, kajian mengenai geometri diferensial, pemodelan permukaan parametrik, serta teknik draping telah berkembang pada bidangnya masing-masing. Namun, penerapan analisis kurvatura geometri diferensial pada objek lipatan hijab drapery belum ditemukan pada referensi yang digunakan dalam penelitian ini. Pada penelitian ini, kurva sinus digunakan sebagai pendekatan untuk memodelkan pola gelombang pada lipatan hijab drapery, sedangkan konsep kurva catenary digunakan sebagai inspirasi matematis dalam penyusunan model lengkungan penelitian berdasarkan model yang dikembangkan oleh (Mahardika, Noor, & Jahrudin, 2024). Oleh karena itu penelitian ini bertujuan menganalisis kurvatura pada hijab drapery instan menggunakan pendekatan geometri diferensial melalui pemodelan kurva dan permukaan parametrik, kemudian menghitung Gaussian curvature dan mean curvature untuk mendeskripsikan karakteristik geometris lipatan hijab drapery secara matematis.

2 METODE

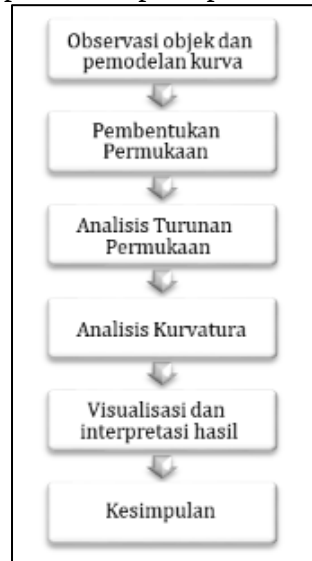
2.1 Observasi Objek dan Pemodelan Kurva

Penelitian ini menggunakan metode pendekatan diferensial dalam menganalisis hubungan antara kurva dan permukaan yang terdapat pada lipatan hijab. Sebagai dasar pemodelan pada penelitian ini, (Parhusip, Purnomo, Nugroho, & Kawuryan, 2021) menunjukkan bahwa kurva parametrik dapat dikembangkan menjadi permukaan parametrik melalui transformasi koordinat sehingga dapat digunakan dalam representasi objek tiga dimensi. (Mahardika, Noor, & Jahrudin, 2024) mengembangkan model matematis kurva catenary pada tali homogen yang dipengaruhi oleh gaya gravitasi, tegangan tali, dan gaya gesek udara. Model tersebut digunakan sebagai referensi matematis dalam penyusunan kurva catenary pada penelitian ini. Objek yang digunakan ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Objek (Hijab Drapery)

Lipatan hijab pada bagian depan dada digunakan sebagai data dalam penelitian yang didapatkan dari studi literatur dan observasi objek. Analisis yang akan digunakan secara matematis menjadikan lipatan sebagai kurva yang akan dikembangkan pada permukaan, kemudian analisis bagian lengkungannya. Alur proses penelitian pada penelitian ini bisa dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Alur Penelitian

Dalam analisis kurva dalam bidang dua dimensi, objek yang digunakan yaitu lipatan hijab dengan menggunakan fungsi sinus:

$$y = a \sin (bx)$$

Keterangan :

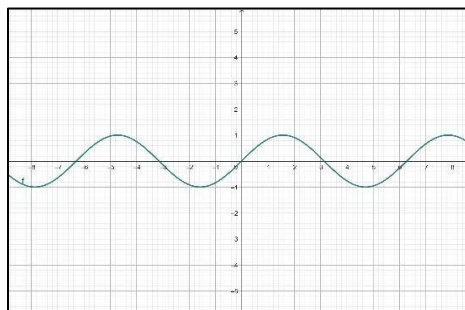
y : Tinggi lipatan (vertikal)

x : Horizontal

a : Amplitudo

b : Frekuensi

Kurva sinus digunakan sebagai model matematis awal untuk mempresentasikan pola gelombang pada lipatan hijab drapery. Pemilihan fungsi sinus didasarkan pada sifatnya yang bersifat periodic sehingga memudahkan pembentukan kurva parametrik yang selanjutnya dikembangkan menjadi model permukaan. Kurva parametrik selanjutnya dikembangkan menjadi permukaan parametrik menggunakan pendekatan transformasi koordinat sebagaimana dijelaskan (Parhusip, Purnomo, Nugroho, & Kawuryan, 2021). Visual dari kurva sinus ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Ilustrasi kurva sinus

Selain kurva sinus, penelitian ini menggunakan kurva catenary sebagai salah satu model matematis pembandingan dalam mempresentasikan bentuk lengkungan. Bentuk matematis kurva catenary mengacu pada model yang dikembangkan oleh (Mahardika, Noor, & Jahrudin, 2024). Kurva *catenary* dirumuskan sebagai berikut.

$$y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$$

Keterangan :

y : Tinggi Lengkungan (vertikal)

x : Horizontal

a : Parameter yang menentukan bentuk dan kelengkungan kurva

Dalam menentukan garis singgung digunakan gradien dengan persamaan berikut:

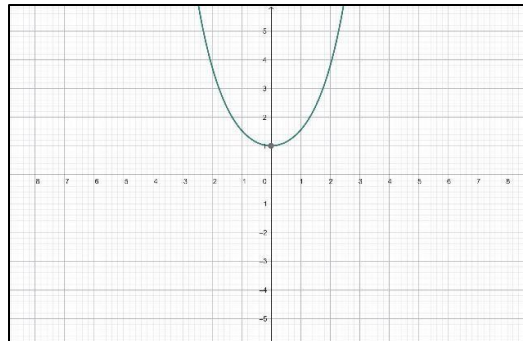
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Keterangan :

m : gradien garis singgung

(x_1, y_1) : titik singgung kurva

Kurva catenary digunakan sebagai salah satu model matematis untuk membentuk kurva pembandingan terhadap kurva sinus. Bentuk kurva catenary mengacu pada model matematis yang dikembangkan oleh (Mahardika, Noor, & Jahrudin, 2024), sedangkan penerapannya pada objek hijab drapery merupakan bagian dari pengembangan penelitian ini. Visual kurva *catenary* ditunjukkan gambar 4.



Gambar 4. Ilustrasi kurva catenary

Kurva yang telah diperoleh pada tahap sebelumnya selanjutnya dikembangkan menjadi permukaan parametrik agar objek dapat direpresentasikan dalam ruang tiga dimensi. Pendekatan ini digunakan untuk memvisualkan bentuk permukaan hasil pemodelan secara geometris (Tarigan, Tamba, & Purba, 2024).

2.2 Pembentukan Permukaan

Setelah model kurva diperoleh, tahap berikutnya adalah membentuk permukaan parametrik dengan menambahkan parameter bebas sehingga objek dapat dipresentasikan dalam ruang tiga dimensi. Pembentukan permukaan parametrik dilakukan melalui parameterisasi koordinat sebagaimana dijelaskan oleh (Parhusip, Purnomo, Nugroho, & Kawuryan, 2021), sedangkan visualisasi permukaan tiga dimensi mengacu pada pendekatan yang dilakukan oleh (Tarigan, Tamba, & Purba, 2024). Permukaan parametrik dinyatakan berikut.

$$S(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$

Keterangan:

$S(u, v)$: Permukaan dalam ruang tiga dimensi

u, v : Parameter bebas

$x(u, v)$: Koordinat sumbu-x

$y(u, v)$: Koordinat sumbu y

$z(u, v)$: Koordinat sumbu-z

Koordinat x,y,z berasal dari proses parameterisasi, dimana pengembangan bentuk dari dua dimensi ke tiga dimensi. Setiap titik ditentukan oleh yaitu pasangan parameter atau parameter bebas. Pendekatan yang dilakukan dalam penentuan koordinat sebagai berikut.

$$\begin{aligned}x &= u \\y &= f(u), \text{ dengan } f(u) \text{ fungsi kurva sinus atau catenary} \\z &= v\end{aligned}$$

Maka dinyatakan sebagai

$$S(u, v) = (u, f(u), v)$$

Keterangan:

$S(u, v)$: Permukaan yang terbentuk dalam ruang tiga dimensi

u : Parameter sepanjang kurva (Koordinat sumbu-x)

v : Parameter tambahan kedalam permukaan (Koordinat sumbu-y)

$f(u)$: Fungsi kurva (Koordinat sumbu-z)

Permukaan parametrik dinyatakan sebagai fungsi dari dua parameter bebas, yaitu u dan v . Setiap pasangan nilai (u, v) mempresentasikan satu titik pada permukaan sehingga model kurva yang telah diperoleh dapat dikembangkan menjadi permukaan tiga dimensi untuk dianalisis lebih lanjut (Parhusip, Purnomo, Nugroho, & Kawuryan, 2021).

2.3 Analisis Turunan Permukaan

Setelah permukaan parametrik diperoleh, dilakukan analisis turunan parsial terhadap parameter u dan v . Turunan parsial digunakan untuk memperoleh vector singgung permukaan yang menjadi dasar dalam menentukan vector normal serta analisis kurvatura pada permukaan parametrik (do Carmo, 2016). Permukaan tersebut dinyatakan sebagai persamaan berikut.

$$S(u, v) = (u, f(u), v)$$

Keterangan :

$S(u, v)$: Permukaan yang terbentuk dalam ruang tiga dimensi

u : Parameter sepanjang kurva (Koordinat sumbu-x)

v : Parameter tambahan kedalam permukaan (Koordinat sumbu-y)

$f(u)$: fungsi kurva (Koordinat sumbu-z)

Dengan turunan pertama,

$$\begin{aligned}S_u &= (1, f'(u), 0) \\S_v &= (0, 0, 1)\end{aligned}$$

Keterangan :

S_u : Turunan pertama terhadap u

S_v : Turunan pertama terhadap v

$f'(u)$: Turunan pertama dari fungsi kurva

Menurut (do Carmo, 2016), turunan pertama permukaan parametrik digunakan untuk memperoleh vektor singgung yang menggambarkan perubahan permukaan terhadap masing-masing parameter. Turunan kedua terhadap parameter u dan v sebagai berikut.

$$\begin{aligned}S_{uu} &= (1, f''(u), 0) \\S_{uv} &= (0, 0, 0) \\S_{vv} &= (0, 0, 0)\end{aligned}$$

Keterangan :

S_{uu} : Turunan kedua terhadap u
 S_{uv} : Turunan campuran
 S_{vv} : Turunan kedua terhadap v
 $f''(u)$: Turunan kedua dari kurva

Turunan kedua ini menjadi dasar dalam menganalisis tingkat perubahan kelengkungan terhadap tahap berikutnya.

2.4 Analisis Kurvatura

Langkah berikutnya dilakukan analisis terhadap permukaan parametrik dengan menggunakan konsep mean curvature dan Gaussian curvature. Analisis kurvatura dilakukan setelah permukaan parametrik dan turunannya diperoleh. Pada tahap ini dihitung vektor normal, bentuk fundamental pertama dan kedua, kemudian nilai mean curvature dan Gaussian curvature untuk mendeskripsikan karakteristik geometri permukaan parametrik (do Carmo, 2016). Konsep ini bertujuan untuk memahami sifat geometris. Pada hasil turunan pada tahap sebelumnya didapatkan bahwa kelengkungan hanya terjadi pada arah u dan tidak terdapat pada arah v . Vektor normal satuan terlebih dahulu ditentukan dari hasil perkalian silang (cross product) dua vektor singgung permukaan. Vektor normal ini digunakan dalam pembentukan bentuk fundamental kedua sebelum menghitung nilai mean curvature dan Gaussian curvature (do Carmo, 2016).

Vektor normal diperoleh dari hasil cross product antara turunan parsial pertama pada parameter u dan v , yaitu sebagai berikut.

$$N = S_u \times S_v$$

Setelah vektor normal satuan diperoleh, selanjutnya dihitung koefisien bentuk fundamental pertama dan kedua sebagai dasar dalam menentukan nilai mean curvature dan Gaussian curvature. Koefisien tersebut dihitung menggunakan persamaan berikut (do Carmo, 2016).

Bentuk Fundamental Pertama

$$\begin{aligned}E &= \langle S_u, S_u \rangle \\F &= \langle S_u, S_v \rangle \\G &= \langle S_v, S_v \rangle\end{aligned}$$

Keterangan :

E : koefisien bentuk fundamental pertama
 F : hasil kali dalam S_u dan S_v
 G : koefisien bentuk fundamental pertama

Bentuk Fundamental Kedua

$$\begin{aligned}L &= \langle S_{uu}, n \rangle \\M &= \langle S_{uv}, n \rangle \\N &= \langle S_{vv}, n \rangle\end{aligned}$$

Keterangan :

L : koefisien bentuk fundamental kedua

M : koefisien campuran

N : koefisien bentuk fundamental kedua

n : vektor normal satuan

Mean Curvature

$$H = \frac{EN - 2FM + GL}{2(EG - F^2)}$$

Nilai mean curvature digunakan untuk menggambarkan rata-rata kelengkungan permukaan pada suatu titik berdasarkan bentuk fundamental pertama dan kedua (do Carmo, 2016). Mean curvature menyatakan rata-rata kelengkungan permukaan suatu titik yang diperoleh dari koefisien bentuk fundamental pertama dan kedua. Nilai ini digunakan untuk menggambarkan karakteristik kelengkungan lokal pada permukaan parametrik (do Carmo, 2016).

Gaussian Curvature dihitung menggunakan koefisien bentuk fundamental pertama dan kedua sebagaimana persamaan berikut (do Carmo, 2016).

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2}$$

Keterangan :

K : Gaussian Curvature

L,M,N : koefisien bentuk fundamental kedua

E,F,G : koefisien bentuk fundamental pertama

Gaussian Curvature merupakan ukuran kelengkungan intrinsik suatu permukaan pada sebuah titik. Nilai Gaussian Curvature diperoleh dari hubungan antara bentuk fundamental pertama dan kedua sehingga dapat digunakan untuk mengidentifikasi karakteristik geometri lokal permukaan parametrik (do Carmo, 2016).

Nilai mean curvature dan Gaussian curvature yang diperoleh dari proses perhitungan selanjutnya digunakan untuk mendeskripsikan karakteristik geometri permukaan parametrik yang dibentuk dari model kurva. Hasil analisis kurvatura tersebut menjadi dasar dalam menginterpretasikan bentuk dan arah kelengkungan permukaan pada objek penelitian sesuai dengan pendekatan geometri diferensial (do Carmo, 2016).

2.5 Visualisasi dan Interpretasi Hasil

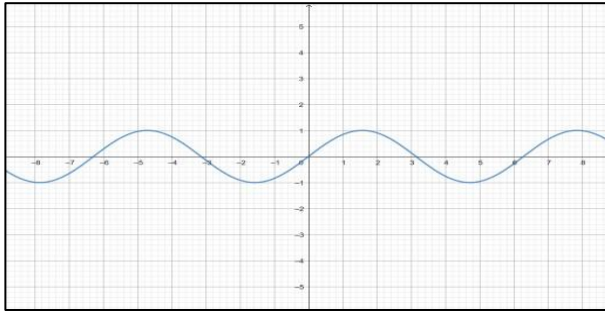
Tahap visualisasi dilakukan setelah proses pemodelan kurva, pembentukan permukaan parametrik, analisis turunan, dan analisis kurvatura selesai dilaksanakan. Visualisasi digunakan untuk menampilkan bentuk permukaan parametrik beserta karakteristik kelengkungannya sehingga hasil analisis geometri diferensial dapat diinterpretasikan secara lebih jelas. Selanjutnya, hasil visualisasi dan perhitungan kurvatura dianalisis pada bagian hasil dan pembahasan.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

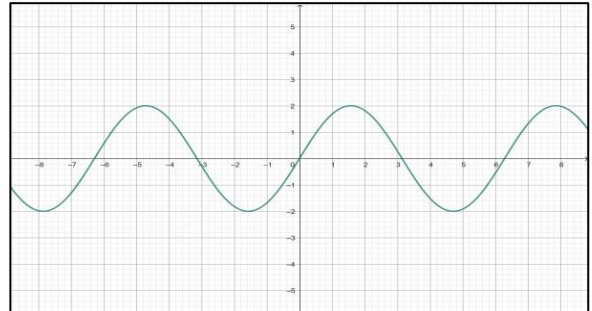
3.1 Model Kurva

Pada tahap ini dilakukan visualisasi model kurva sinus sebagai representasi awal pola lipatan hijab drapery. Variasi parameter amplitudo (*a*) dan frekuensi (*b*) digunakan untuk menunjukkan

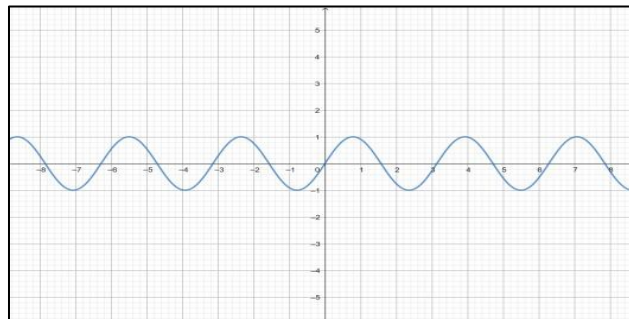
perubahan bentuk kurva sehingga dapat diamati pengaruh masing-masing parameter terhadap karakteristik gelombang yang terbentuk. Hasil Visualisasi model kurva ditunjukkan pada Gambar 5-7.



Gambar 5. ($a = 1, b = 1$)



Gambar 6. ($a = 2, b = 1$)



Gambar 7. ($a = 1, b = 2$)

Fungsi sinus $y = a \sin(bx)$ digunakan sebagai model matematis awal untuk membentuk kurva yang bersifat kontinu dan periodik. Dalam penelitian ini parameter amplitudo (a) dan frekuensi (b) digunakan untuk mengendalikan bentuk kurva sehingga menghasilkan variasi geometri yang selanjutnya digunakan sebagai dasar pembentukan permukaan parametrik. Parameter yang digunakan yaitu $a = 1, b = 1$ dan di substitusi ke persamaan kurva sehingga diperoleh $y = \sin(x)$. Pada objek penelitian, perubahan nilai amplitudo digunakan untuk mempresentasikan tinggi rendahnya lipatan hijab, sedangkan perubahan nilai frekuensi digunakan untuk mempresentasikan tingkat kerapatan lipatan sehingga diperoleh beberapa variasi bentuk permukaan yang akan dianalisis lebih lanjut.

Nilai parameter dan amplitudo menggunakan nilai 1 sebagai bentuk dasar gelombang agar pola kurva lebih stabil dan mudah dalam analisis. Parameter dapat menggunakan angka real lainnya. Jika amplitudo diperbesar maka gelombang akan semakin tinggi dan jika frekuensi diperbesar gelombang semakin rapat. Hal ini divisualkan pada Gambar 6 dan Gambar 7. Untuk menganalisis perubahan kurva digunakan $x = 1$, karena bukan titik nol maupun titik ekstrem sehingga perubahan kurva terlihat jelas seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.

Sebagai contoh perhitungan, dipilih nilai $x = 1$ yang berada pada interval kurva sehingga nilai fungsi dan gradien garis singgung dapat dihitung numerik.

$$\begin{aligned} y &= 1 \cdot \sin(1 \cdot 1) \\ y(1) &= \sin(1) \\ y(1) &\approx 0.8415 \end{aligned}$$

Maka diperoleh titik singgung yaitu (1,0.8415)

Turunan pertama:

$$\begin{aligned}y' &= ab \cos(bx) \\y' &= (1)(1)\cos(1 \cdot x) \\y' &= \cos(x)\end{aligned}$$

Untuk $x = 1$

$$y'(1) = \cos(1) \approx 0.5403$$

jadi , $m = 0.5403$

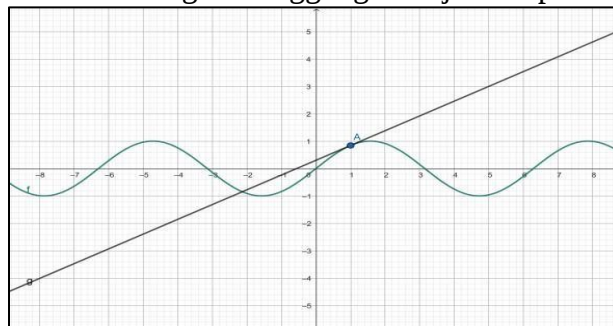
Persamaan garis singgung digunakan untuk menentukan gradien garis pada titik singgung. Nilai $x_1 = 1$ dipilih karena masih berada pada interval perubahan fungsi sinus sehingga gradien garis singgung dapat diamati dengan jelas.

$$\begin{aligned}x_1 &= 1 \\y_1 &= 0.8415 \\m &= 0.5403\end{aligned}$$

Berdasarkan nilai titik singgung dan gradien yang telah diperoleh, persamaan garis singgung dihitung menggunakan persamaan :

$$\begin{aligned}y - y_1 &= m(x - x_1) \\y - 0.8415 &= 0.5403(x - 1) \\y - 0.8415 &= 0.5403x - 0.5403 \\y &= \mathbf{0.5403 + 0.3012}\end{aligned}$$

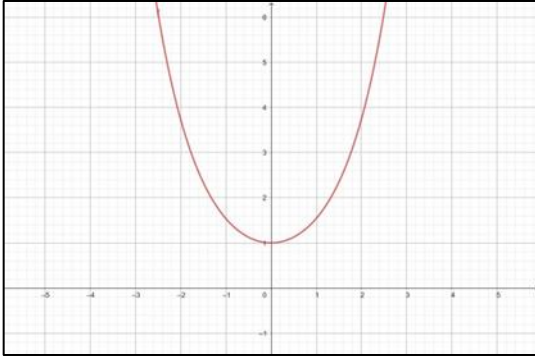
Persamaan $y = 0.5403 + 0.3012$ merupakan persamaan garis singgung kurva sinus pada titik (1, 0.8415). persamaan ini digunakan untuk menunjukkan arah kurva pada titik tersebut. Nilai gradien positif sebesar 0.5403 menunjukkan bahwa kurva mengalami kenaikan dari kiri ke kanan pada titik pengamatan sehingga arah perubahan local kurva dapat diamati sebelum pembentukan permukaan parametrik dilakukan. Persamaan ini selanjutnya divisualkan dalam bentuk garis singgung yang menyinggung kurva sinus pada titik pengamatan untuk memperjelas hasil perhitungan gradien. Hasil visualisasi garis singgung ditunjukkan pada Gambar 8.



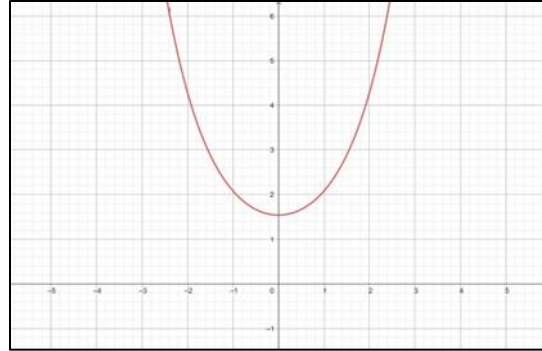
Gambar 8. Garis singgung kurva

Berdasarkan Gambar 8 terlihat bahwa garis singgung melalui titik (1, 0.8415) dan memiliki kemiringan positif sesuai hasil perhitungan gradien. Selanjutnya digunakan kurva catenary sebagai pembanding untuk melihat kesesuaian model matematis bentuk alami hijab. Kurva catenary dinyatakan sebagai berikut :

Visual dari kurva *catenary* ditunjukkan pada Gambar 9-10.



Gambar 9. Kurva catenary



Gambar 10. Titik evaluasi $x = 1$

Pada tahap ini juga digunakan nilai $a = 1$ dan $x = 1$ sebagai parameter dasar kurva catenary untuk memperoleh bentuk yang stabil dan proporsional. Nilai parameter termasuk bilangan real dan dapat menggunakan nilai lain. Ini bertujuan untuk memudahkan dalam analisis yang tidak dipengaruhi oleh deformasi lengkungan terlalu besar maupun kecil.

Untuk $a = 1$ maka,

$$y = \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$$

Untuk $x = 1$,

$$\begin{aligned} y &= \cosh(1) \\ \cosh(x) &= \frac{e^x + e^{-x}}{2} \\ \cosh(1) &= \frac{e^1 + e^{-1}}{2} = \frac{2.718 + 0.3679}{2} \approx 1.543 \end{aligned}$$

Lengkungan pada kurva catenary berbeda dengan kurva sinus. Kurva ini menggunakan hiperbolik cosinus. Hasil dari kurva catenary menunjukkan nilai $\cosh(1) \approx 1,543$ merupakan tinggi lengkungan kurva catenary pada titik evaluasi, nilai tersebut lebih besar dari nilai pada kurva sinus pada titik yang sama. Hal ini menunjukkan kurva catenary memiliki bentuk lebih terbuka dibandingkan kurva sinus. Berdasarkan Gambar 10, titik (1,1.543) berada pada kurva catenary sesuai dengan geometris kurva. Kurva catenary tidak memiliki gelombang namun memiliki bentuk lengkungan yang halus dan simetris. Bentuk ini memiliki bentuk alami seperti kain yang menggantung.

3.2 Pembentukan Permukaan

Setelah diperoleh kurva sinus dan kurva catenary, tahap berikutnya adalah pengembangan kurva menjadi pembentukan permukaan. Parameterisasi digunakan untuk mengetahui bahwa objek hijab tidak hanya berupa kurva dua dimensi namun memiliki ruang serta kedalaman, sehingga diperlukan representasi ruang tiga dimensi. Dalam pembentukan permukaan, kurva perlu di parameterisasi mengganti variabel x menjadi u (variabel utama), $y = \sin(u)$ (fungsi sinus), $z = v$ (arah perluasan).

Koordinat ruang dinyatakan sebagai:

$$x = u, \quad y = \sin(bu), \quad z = v$$

Sehingga permukaan parametiknya:

$$S(u, v) = (u, a \sin(bu), v)$$

$$S(u, v) = (u, \sin(u), v)$$

Untuk $u = 1$ dan $v = 0$, nilai $u = 1$ dipilih karena berada pada interval perubahan fungsi sinus yang bentuk lengkungan masih terlihat jelas. Nilai u dapat menggunakan bilangan real lainnya, jika u berubah maka posisi titik akan mengikuti gelombang sinus.

$$\begin{aligned}x &= u = 1 \\y &= \sin(1) \approx 0.8415 \\z &= v = 0\end{aligned}$$

Diperoleh:

$$S(1,0) = (1, 0.8415, 0)$$

selanjutnya digunakan parameter lain untuk menunjukkan bahwa pasangan parameter menghasilkan titik yang berbeda pada permukaan. Evaluasi parameter lain, yaitu $u = 2$ dan $v = 1$. Nilai ini diambil untuk menunjukkan bahwa titik mengalami pergeseran dari $u = 1$ ke $u = 2$ dan $v = 1$ ke $v = 2$.

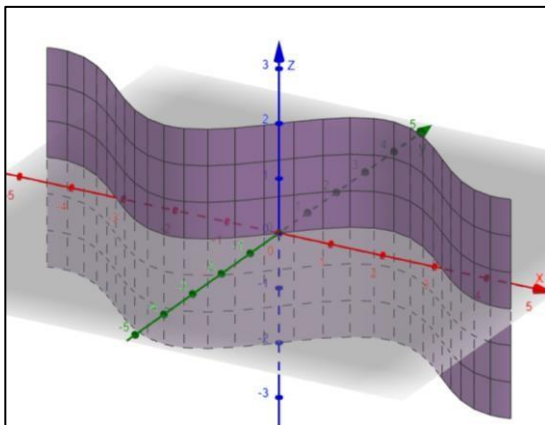
Untuk $u = 2$ dan $v = 1$:

$$\begin{aligned}x &= 2 \\y &= \sin(2) \approx 0.9093 \\z &= 1\end{aligned}$$

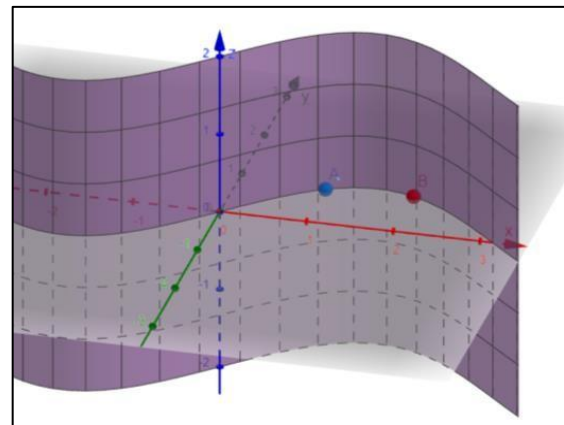
Diperoleh:

$$S(2,1) = (2, 0.9093, 1)$$

Hasil tersebut menunjukkan bahwa perubahan nilai parameter u menyebabkan perubahan posisi titik pada permukaan parametrik, sedangkan nilai v tetap menentukan koordinat pada arah sumbu z .



Gambar 11. Bentuk permukaan tiga dimensi



Gambar 12. Hasil substitusi parameter

Permukaan terbentuk dari pengembangan kurva sinus ke ruang tiga dimensi menggunakan parameter u dan v . Parameter u berperan untuk membentuk lengkungan pada fungsi sinus sedangkan parameter v berperan sebagai arah perluasan pada ruang tiga dimensi. Sehingga pasangan (u, v) menciptakan satu titik pada permukaan tiga dimensi. Secara visual pada Gambar 8, memiliki bentuk gelombang memanjang ke arah tertentu namun tidak mengubah bentuk dasar pada kurva. Ini merupakan hasil ekstrusi dari kurva sinus ditunjukkan oleh Gambar 11 dan pada Gambar 12, hasil substitusi parameter dengan titik $S(1,0) = (1, 0.8415, 0)$ dan $S(2,1) = (2, 0.9093, 1)$,

1) menunjukkan perubahan posisi titik pada permukaan parametrik akibat perubahan parameter u dan v .

3.3 Analisis Turunan Permukaan

Berdasarkan pada bentuk perametik yang telah didapatkan, maka dilakukan analisis turunan dalam mengetahui arah perubahan pada permukaan. Turunan parsial digunakan untuk menentukan arah perubahan. Turunan parsial pertama terhadap parameter u sebagai berikut.

$$S_u = \left(\frac{\partial}{\partial u} u, \frac{\partial}{\partial u} \sin(u), \frac{\partial}{\partial u} v \right) = (1, \cos(u), 0)$$

Titik evaluasi dipilih pada parameter $u = 1, v = 0$. Nilai $u = 1$ digunakan karena berada pada daerah perubahan fungsi sinus sehingga arah perubahan kurva dapat diamati dengan jelas. Sementara itu, nilai $v = 0$ dipilih sebagai titik awal pembentukan parametrik pada sumbu z . Nilai v dapat diubah ke bilangan real lainnya sehingga menghasilkan posisi titik yang berbeda pada permukaan tanpa mengubah bentuk dasar kurva.

Dengan mensubstitusikan nilai $u = 1$ dan $v = 0$, diperoleh

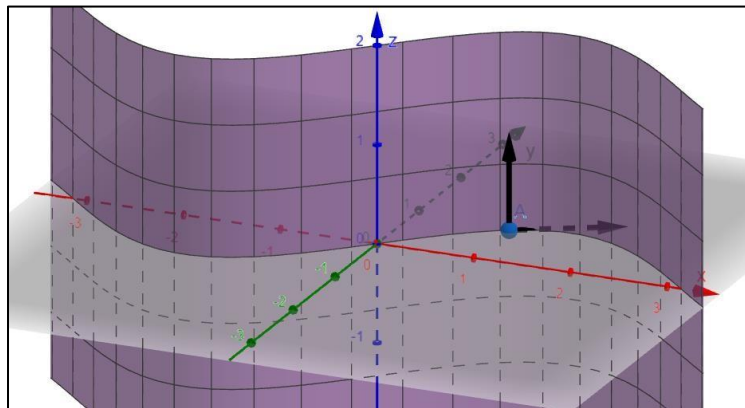
$$S_u(1,0) = (1, 0.5403, 0)$$

Hasil turunan parsial terhadap parameter u menunjukkan arah perubahan permukaan sepanjang arah kurva. Selanjutnya dilakukan perhitungan turunan parsial terhadap parameter v untuk mengetahui perubahan permukaan pada arah parameter kedua sehingga representasi perubahan permukaan dapat dianalisis secara lengkap.

Turunan parsial pertama terhadap v :

$$S_v = \left(\frac{\partial}{\partial v} u, \frac{\partial}{\partial v} \sin(u), \frac{\partial}{\partial v} v \right) = (0, 0, 1)$$

Dengan titik evaluasi $u = 1, v = 0$ maka $S_v = (0, 0, 1)$



Gambar 13. Visual turunan parsial

Vektor S_u menunjukkan arah perubahan sepanjang gelombang permukaan. Nilai pada $S_u(1,0) = (1, 0.5403, 0)$ menunjukkan bahwa perubahan tidak hanya terjadi pada sumbu x , tetapi juga pada sumbu y . Hal ini menunjukkan adanya perubahan bentuk dan kelengkungan pada

permukaan arah u . Sedangkan $S_v(1,0) = (0,0,1)$ perubahan hanya terjadi pada sumbu z . Perubahan tersebut bersifat konstan sehingga menunjukkan bahwa permukaan hanya diperluas tanpa mengubah bentuk dasar gelombang. Pada visualisasi Geogebra Gambar 13, vektor S_u mengikuti arah gelombang sedangkan S_v bergerak ke arah perluasan. Hal ini menunjukkan parameter v berfungsi sebagai arah perluasan atau ekstrusi permukaan.

Berdasarkan hasil turunan parsial pertama, lanjut ke turunan parsial kedua untuk mengetahui tingkat kelengkungan pada permukaan parametrik. Turunan kedua terhadap u yaitu $S_{uu} = (1, \cos(u), 0)$ diperoleh:

$$S_{uu} = \left(\frac{\partial}{\partial u}(1), \frac{\partial}{\partial u} \cos(u), \frac{\partial}{\partial u}(0) \right)$$

$$S_{uu} = (0, -\sin(u), 0)$$

Titik evaluasi $u = 1$ dan $v = 0$

Evaluasi dilakukan pada $u = 1$ dan $v = 0$ karena perubahan kelengkungan permukaan mudah diamati, evaluasi dapat menggunakan bilangan real lainnya tetapi menyebabkan perubahan posisi pada permukaan parametrik.

$$S_{uu}(0,1) = (0, -0.8415, 0)$$

$$S_{uv} = \left(\frac{\partial}{\partial v}(1), \frac{\partial}{\partial v}(\cos(u)), \frac{\partial}{\partial v}(0) \right)$$

$$S_{uv} = (0, 0, 0)$$

Turunan kedua terhadap v :

$$S_v = (0, 0, 1)$$

Diperoleh:

$$S_{vv} = \left(\frac{\partial}{\partial v}(0), \frac{\partial}{\partial v}(0), \frac{\partial}{\partial v}(1) \right)$$

$$S_{vv} = (0, 0, 0)$$

Turunan parsial kedua berfungsi untuk menunjukkan perubahan tingkat kelengkungan permukaan parametrik. Nilai S_{uu} mengetahui adanya perubahan pada kelengkungan kurva sinus, S_{uv} dan S_{vv} bernilai 0 karena perluasan permukaan tidak mengalami perubahan kelengkungan. Pada objek penelitian, turunan parsial terhadap u menggambarkan arah perubahan pada lipatan kain, sedangkan turunan parsial terhadap v menggambarkan arah perubahan memanjang kain tanpa merubah bentuk utama.

3.4 Analisis Kurvatura

Berdasarkan pada hasil turunan parsial, selanjutnya tahap menganalisis kurvatura untuk mengetahui kelengkungan pada permukaan. Vektor normal yang diketahui sebagai berikut.

$$S_u = (1, \cos(u), 0)$$

$$S_v = (0, 0, 1)$$

Gunakan *cross product* (perkalian silang):

$$N = Su \times Sv$$

$$N = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & \cos(u) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$N = \cos(u), -1, 0$$

Evaluasi $u = 1$:

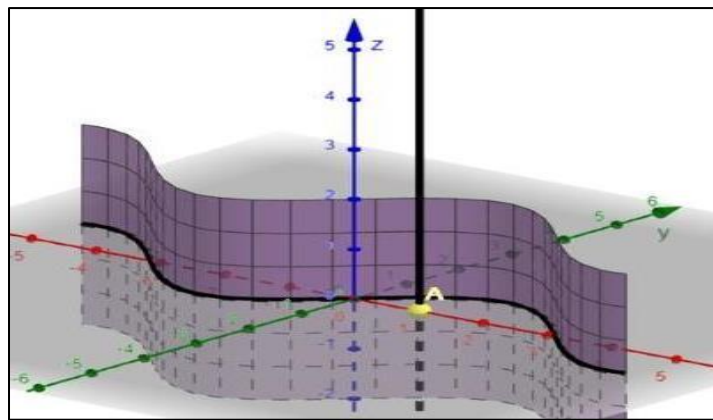
Nilai $u = 1$ dipilih karena berada pada interval perubahan fungsi sinus sehingga arah kelengkungan mudah diamati dengan jelas dan $\cos$ agar vektor normal permukaan tetap terbentuk dan tidak bernilai nol.

$$N = \cos(1), -1, 0$$

$$N \approx (0.5403, -1, 0)$$

Nilai tersebut menunjukkan arah normal permukaan pada titik evaluasi. Maka untuk kurvatura utama sebelumnya diperoleh bahwa arah u melengkung dan arah v tidak melengkung. Sehingga $k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$ dan untuk mean curvature $H = \frac{k_1}{2}, H \neq 0$.

Mean curvature bernilai tidak nol, ini menunjukkan bahwa permukaan memiliki kelengkungan akibat dari fungsi sinus terhadap arah gelombang. Selain itu, nilai Gaussian curvature yang bernilai nol ($K = k_1 \cdot k_2(0) = 0$) menunjukkan permukaan hanya mengalami kelengkungan satu arah dan tidak mengalami pelengkungan ganda.



Gambar 14. Visual kelengkungan kurva sinus dan arah normal

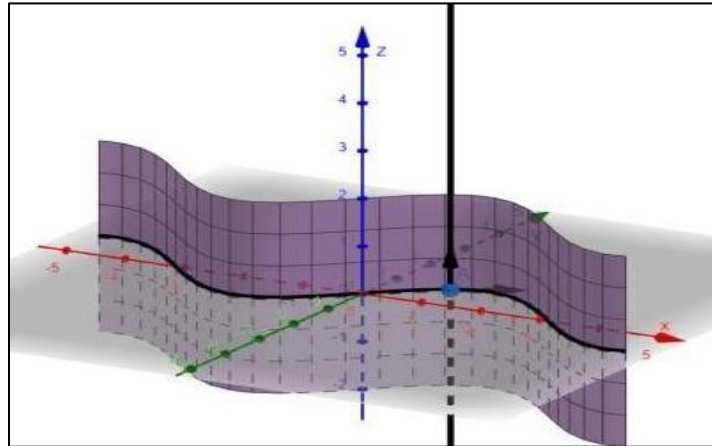
Dari hasil turunan parsial sebelumnya, bahwa perubahan pada permukaan hanya terjadi pada arah u yang mengikuti kurva sinus, sedangkan arah v konstan sebagai arah ekstrusi pada sumbu z . Ini menunjukkan bahwa hanya terjadi kelengkungan satu arah pada permukaan.

Dari hasil visualisasi Gambar 14, menunjukkan bahwa adanya arah kelengkungan sepanjang kurva sinus, sedangkan arah lainnya berupa garis lurus vertikal sebagai arah normal permukaan. Arah melengkung menunjukkan kurvatura utama pertama yang bernilai tidak nol, sedangkan arah lurus menunjukkan kurvatura utama bernilai nol. Gaussian curvature memiliki nilai $K = 0$ yang berasal dari perkalian dua kurvatura utama yaitu $K = k_1 \cdot k_2$ akibatnya salah satu dari kurvatura bernilai nol sedangkan mean curvature berasal dari rata-rata dua kurvatura utama $H =$ sehingga tetap bernilai tidak nol.

Dalam objek penelitian, menunjukkan bahwa lipatan hijab mempunyai pola lengkungan utama mengikuti arah gelombang kain dan arah memanjang pada kain tidak membentuk lengkungan tambahan. Dengan ini, model matematis yang dihasilkan dapat mempresentasikan menunjukkan bentuk geometris lipatan hijab drapery secara konsisten.

3.5 Visualisasi dan inteprestasi hasil

Permukaan parametrik membentuk pola gelombang sinus pada arah u sebagaimana terlihat pada Gambar 15. Permukaan menunjukkan gelombang sinus pada arah utama. Kurva sinus memiliki warna hitam yang menunjukkan arah kelengkungan permukaan dan pada arah ini diperoleh $k_1 \neq 0$.



Gambar 15. Visualiasi Hasil

dikarenakan permukaan mengalami pembelokan mengikuti kurva sinus. Kemudian vektor S_u menunjukkan arah perubahan pada permukaan sepanjang kurva sinus. Pada vektor S_v bergerak lurus ke arah sumbu z dan tidak membentuk lengkungan tambahan, maka diperoleh $k_2 = 0$ dikarenakan arah ekstrusi memperpanjang permukaan pada dimensi ketiga dengan tidak membentuk lengkungan baru.

Garis vertikal pada titik evaluasi menunjukkan arah normal pada permukaan yang diperoleh dari $N = S_u \times S_v$. Vektor normal digunakan dalam menganalisis mean *curvature* dan Gaussian *curvature* pada permukaan parametrik. Pada salah satu kurvatura utama bernilai nol, maka untuk Gaussian curvature diperoleh $K = k_1 \cdot k_2 = 0$ dan mean curvature tetap bernilai tidak nol karena memiliki satu arah kurvatura utama yaitu $H = \frac{k_1 + k_2}{2} \neq 0$.

Secara geometris, hasil ini merepresentasikan bahwa permukaan hanya melengkung pada satu arah utama dan tidak mengalami kelengkungan ganda. Bentuk ini sesuai dengan karakteristik lipatan hijab drapery yang memiliki pola memanjang mengikuti arah kurva hasil pemodelan. Hasil penelitian ini sejalan dengan penelitian (Parhusip, Purnomo, Nugroho, & Kawuryan, 2021) yang menunjukkan bahwa permukaan parametrik dapat dibentuk melalui pengembangan kurva dua dimensi menjadi tiga dimensi. Selain itu, penggunaan kurva catenary pada penelitian ini berfungsi sebagai model matematis pembanding untuk mempresentasikan bentuk lengkungan alami yang dipengaruhi gravitasi.

4 KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, fungsi sinus dapat digunakan untuk membentuk permukaan parametrik tiga dimensi dalam mempresentasikan pola lipatan hijab

drapery. Analisis turunan parsial menunjukkan parameter u mengalami perubahan permukaan mengikuti gelombang sinus, sedangkan parameter v berfungsi sebagai arah perluasan menuju dimensi ketiga. Pada analisis kurvatura ditunjukkan bahwa permukaan hanya memiliki satu arah kelengkungan utama sehingga Gaussian curvature bernilai nol sedangkan mean curvature bernilai tidak nol. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pendekatan geometri diferensial mampu merepresentasikan bentuk lipatan hijab drapery secara matematis melalui analisis kurva, permukaan parametrik dan kurvatura. Visualisasi parametrik yang diperoleh mampu menggambarkan hubungan antara model matematis dan bentuk lipatan hijab yang diamati.

DAFTAR PUSTAKA

- Aisyah, S., & Rosmiaty. (2018). Analisis Perbedaan Karakteristik Bahan Tekstil pada Pembuatan Busana Model Draping Cowl Neckline. (pp. 391-395). Lembaga Penelitian Universitas Negeri Makassar.
- do Carmo, M. P. (2016). *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Mineola, New York: Dover
- Khairunnisa, N., & Utami, P. (2024). Eksplorasi Teknik Drapping pada Kain Organza dalam Pembuatan Gaun Pesta. *Fashion and Fashion Education Journal*, 13(1), 1-5.
- Mahardika, G., Noor, I., & Jahrudin, A. (2024). Catenary Curve pada Tali Homogen yang Bergerak Konstan Dipengaruhi Gaya Gesek. (pp. 156-160). Seminar Nasional Sains.
- Parhusip, H., Purnomo, H., Nugroho, D., & Kawuryan, I. (2021). Learning Geometry through Surface Creation from Hypocycloid Curves Expansion. *Desimal: Jurnal Matematika*, 4(1), 1-12.
- Tarigan, B., Tamba, L., & Purba, T. (2024). Visualisasi Interaktif Permukaan dalam Ruang Tiga Dimensi: Analisis Geometri dengan Geogebra. *Pentagon: Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 2(4), 154-161. doi:10.62383/pentagon.v2i4.317